

Министерство образования Красноярского края
краевое государственное бюджетное
профессиональное образовательное учреждение
«Дивногорский гидроэнергетический техникум имени А.Е. Бочкина»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущей и промежуточной аттестации

ОУП.У.03 МАТЕМАТИКА

программы подготовки специалистов среднего звена

по специальности

13.02.04 Гидроэлектроэнергетические установки

г. Дивногорск 2025г.

Фонд оценочных средств разработан на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 13.02.04 Гидроэлектротехнические установки и рабочей программы ОУП.У.03
МАТЕМАТИКА

Рассмотрено и одобрено
на заседании комиссии
профессионального цикла
специальности
13.02.12 Электрические станции, сети, их
релейная защита и автоматизация
Протокол № _____
« _____ » _____ 2025 г.
Председатель комиссии
_____ Дмитриева К.И.

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УР
_____ Попова И.Е.
« _____ » _____ 2025 г.

АВТОР: Клементьева О.В, преподаватель КГБПОУ «Дивногорский гидроэнергетический техникум имени А.Е. Бочкина»

СОДЕРЖАНИЕ

стр.

<u>1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ</u>	4
<u>1.1 Перечень умений, знаний, общих и профессиональных компетенций</u>	4
<u>1.2 Результаты освоения дополнительного учебного предмета, подлежащие проверке</u>	4
<u>1.3 Контроль и качество освоения дополнительного учебного предмета</u>	7
<u>2 ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ</u>	13
<u>2.1 Оценочные средства текущего контроля успеваемости</u>	13
<u>2.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации</u>	14
<u>3 ПРИЛОЖЕНИЕ К ФОНДУ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ</u>	18
<u>Приложение 1</u>	18
<u>Приложение 2</u>	21
<u>Приложение 3</u>	35
<u>Приложение 4</u>	38
<u>Приложение 5</u>	44
<u>Лист регистрации изменений и дополнений ФОС</u>	46

1 Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Фонд оценочных средств (далее – ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих программу общепрофессионального цикла ОУП.У.03 Математика. ФОС разработан в соответствии с требованиями ОПОП-П ППССЗ по специальности 13.02.04 Гидроэлектротехнические установки, квалификация: техник, рабочей программы общепрофессионального цикла ОУП.У.03 Математика.

Дисциплина общепрофессионального цикла ОУП.У.03 Математика осваивается в течение двух семестров, в объеме 210 часов.

ФОС содержит типовые оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Формой аттестации по дисциплине ОУП.У.03 Математика является экзамен.

1.1 Перечень умений, знаний, общих и профессиональных компетенций

В результате освоения дисциплины ОУП.У.03 Математика обучающийся должен обладать следующими умениями, знаниями, профессиональными компетенциями и общими компетенциями:

Код ПК, ОК	Уметь	Знать	Владеть навыками
ОК 01.	У1. Определять задачи для поиска информации;	31. Номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;	
	У2. Определять необходимые источники информации;	32. Приемы структурирования информации;	
	У3. Выделять наиболее значимое в перечне информации;	33. Формат оформления результатов поиска информации	
	У4. Оценивать практическую значимость результатов поиска;		
	У5. Оформлять результаты поиска		
ОК 02.	У6. Организовывать работу коллектива и команды;	34. Основы проектной деятельности	
	У7. Эффективно взаимодействовать с коллективом и работать в команде в процессе профессиональной деятельности.		
ОК 03.	У8. Грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике	35. Правила оформления документов и построения устных сообщений	

	на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе		
ОК 04.	У9. Производить расчеты математических задач;	36. Основы математики;	
	У10. Владеть математическими формулами;	37. Основные математические понятия и формулы расчетов;	
	У11. Определять последовательность решения математических задач.	38. Методику расчета математических задач;	
		39. Основы вычисления операций над числами.	
ОК 05.	У12. Анализировать нормативные правовые акты при составлении технологических карт.	310. Требования к оформлению производственно-технической документации	

1.2 Результаты освоения дополнительного учебного предмета, подлежащие проверке

Освоенные знания и умения	Показатели оценки результата
31. Номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;	Знает номенклатуру информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;
32. Приемы структурирования информации;	Применяет приемы структурирования информации;
33. Формат оформления результатов поиска информации	Знает формат оформления результатов поиска информации
34. Основы проектной деятельности	Знает основы проектной деятельности
35. Правила оформления документов и построения устных сообщений	Знает правила оформления документов и построения устных сообщений
36. Основы математики	Знает основы математики
37. Основные математические понятия и формулы расчетов	Знает основные математических понятия, формулы и операции
38. Методику расчета математических задач	Знает методику расчета математических задач
39. Основы вычисления операций над числами.	Знает основы вычисления операций над числами
310. Требования к оформлению производственно-технической документации	Знает требования к оформлению производственно-технической документации

У1. Определять задачи для поиска информации;	Определяет задачи для поиска информации;
У2. Определять необходимые источники информации;	Определяет необходимые источники информации;
У3. Выделять наиболее значимое в перечне информации;	Выделяет наиболее значимое в перечне информации;
У4. Оценивать практическую значимость результатов поиска;	Оценивает практическую значимость результатов поиска;
У5. Оформлять результаты поиска	Оформляет результаты поиска
У6. Организовывать работу коллектива и команды;	Организовывает работу коллектива и команды;
У7. Эффективно взаимодействовать с коллективом и работать в команде в процессе профессиональной деятельности.	Эффективно взаимодействует с коллективом и работает в команде в процессе профессиональной деятельности.
У8. Грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	Грамотно излагает свои мысли и оформляет документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе
У9. Производить расчеты математических задач	Производит расчеты математических задач
У10. Владеть математическими формулами	Знает основные математических понятия, формулы и операции
У11. Определять последовательность решения математических задач.	Определять последовательность решения математических задач.
У12. Анализировать нормативные правовые акты при составлении технологических карт.	Анализирует нормативные правовые акты при составлении технологических карт.

1.3 Контроль и качество освоения дополнительного учебного предмета

Оценивание сформированности профессиональных и общих компетенций, а также освоения знаний и умений проводится в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации.

Контроль и оценка сформированности профессиональных компетенций осуществляется по пятибалльной системе, общих компетенций - на качественном уровне (без отметки).

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля			
	Текущий контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые ОК, ПК, З, У	Форма контроля	Проверяемые ОК, ПК, З, У
Раздел 1. Повторение курса математики основной школы				
Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности. Цель и задачи математики при освоении специальности. Базовые знания и умения по математике в профессиональной и в повседневной деятельности. Множество, операции над множествами, диаграммы Эйлера-Венна. Использование теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений в профессиональной деятельности, при решении задач из других дисциплин	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10
Тема 1.2 Числа и вычисления Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами,	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №1 Числа и вычисления	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №1 Числа и вычисления Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10

преобразования числовых выражений. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений				
Тема 1.3 Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов. Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни. Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств. Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №2 Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №2 Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10
Тема 1.4 Процентные вычисления в профессиональных задачах Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений. Разные способы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №3 Процентные вычисления в профессиональных задачах	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №3 Процентные вычисления в профессиональных задачах Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10

вычисления процентов. Процентные вычисления в профессиональных задачах. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни				
Тема 1.5 Последовательности и прогрессии Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №4 Последовательности и прогрессии	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №4 Последовательности и прогрессии Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10
Тема 1.6 Функции и графики Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10
Раздел 2. Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функция				
Тема 2.1 Арифметический корень n-ой степени Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями n-ой степени	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10
Тема 2.2 Степени. Стандартная форма записи действительного числа Степень с целым показателем. Стандартная форма записи	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10

действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем				
Тема 2.3 Степенная функция Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n-ой степени	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10
Тема 2.4 Иррациональные уравнения и неравенства Решение иррациональных уравнений и неравенств, Показательная функция, её свойства и график	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 2.5 Применение свойств степенной функции Использование свойств степенной функции при решении уравнений и неравенств	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10
Тема 2.6 Показательная функция, ее свойства Показательная функция, её свойства и график	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10
Тема 2.7 Показательные уравнения и неравенства Показательные уравнения и неравенства	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №5 Решение показательных уравнений	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10

Тема 2.8 Применение свойств показательной функции Решение показательных уравнений и показательных неравенств	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10
Тема 2.9 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 2.10 Свойства логарифмов Преобразование выражений, содержащих логарифмы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 2.11 Логарифмическая функция, ее свойства Логарифмическая функция, её свойства и график	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 2.12 Логарифмические уравнения и неравенства Логарифмические уравнения и неравенства	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №6 Решение логарифмических уравнений	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №6 Решение логарифмических уравнений Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 2.13 Логарифмы в природе и технике Применение логарифма. История развития математики. Логарифмическая спираль в природе. Ее математические свойства. Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из различных областей науки и реальной жизни	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Тема 2.14 Применение логарифмов к решению задач Решение логарифмических уравнений и неравенств	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №7 Решение логарифмических уравнений и неравенств	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №7 Решение логарифмических уравнений и неравенств Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 3. Координаты и векторы в пространстве				
Тема 3.1 Векторы в пространстве. Действия с векторами Вектор на плоскости и в пространстве. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам. Правило параллелепипеда. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 3.2 Координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Простейшие задачи в координатах. Угол между векторами. Скалярное произведение векторов. Вычисление углов между прямыми и плоскостями. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости Координатная плоскость. Вычисление расстояний и площадей на координатной плоскости.	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Количественные расчеты				
Тема 3.4 Решение задач на координаты и векторы Координатно-векторный метод при решении геометрических задач. Решение задач, связанных с применением правил действий с векторами. Задачи планиметрии и стереометрии и методы их решения	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 4. Основы тригонометрии. Тригонометрические функции				
Тема 4.1 Основы тригонометрии Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 4.3 Периодические функции. Тригонометрические функции Функция. Периодические функции. Тригонометрические функции, их свойства и графики	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 4.4 Преобразование графиков тригонометрических функций	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №8	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №8	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05

Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Преобразование графиков тригонометрических функций	Преобразование тригонометрических графиков функций		Преобразование тригонометрических графиков функций Экзамен	У 1-12, З 1-10-10
Тема 4.5 Описание производственных процессов с помощью графиков функций Использование свойств тригонометрических функций в профессиональных задачах. Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных дисциплин и реальной жизни	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 4.6 Обратные тригонометрические функции Обратные функции. Обратные тригонометрические функции. Их свойства и графики	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 4.7 Тригонометрические уравнения Решение тригонометрических уравнений	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 4.8 Тригонометрические неравенства Примеры тригонометрические неравенства. Решение простейших тригонометрических неравенств в том числе с использованием свойств функций	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10

Тема 4.9 Решение задач тригонометрии Тригонометрические выражения, уравнения и неравенства	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №8 Решение тригонометрических выражений, уравнений и неравенств	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №8 Решение тригонометрических выражений, уравнений и неравенств Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 5. Производная и первообразная функции				
Тема 5.1 Монотонность и экстремумы функции. Точки экстремума Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.2 Понятие непрерывности функции Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.3 Производная функции Производная функции. Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №10 Производные элементарных функций	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №10 Производные элементарных функций Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.4 Геометрический смысл производной Геометрический смысл производной функции – угловой коэффициент касательной к графику функции в точке. Уравнение касательной к графику функции	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Тема 5.5 Физический смысл производной в профессиональных задачах Физический (механический) смысл производной. Применение производной для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.6 Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы Возрастание и убывание функции, соответствие возрастания и убывания функции знаку производной. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы.	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №10 Вычисление интегралов	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №10 Вычисление интегралов Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.7 Исследование функций и построение графиков Алгоритм исследования функций и построения ее графика с помощью производной. Построение графиков многочленов с использованием аппарата математического анализа. История развития математического анализа	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.8 Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке. Применение производной	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком				
Тема 5.9 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах Прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, их решение средствами математического анализа	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 5.10 Решение задач. Производная функции, ее применение Дифференцирование функций. Исследование функций с помощью производной. Наибольшее и наименьшее значения функции	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 6. Многогранники и тела вращения				
Тема 6.1 Многогранники Понятие многогранника, основные элементы многогранника, выпуклые и невыпуклые многогранники; развёртка многогранника	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.2 Призма. Прямая и правильная призмы Призма: n-угольная призма; грани и основания призмы; прямая и наклонная призмы; боковая и полная поверхность призмы. Элементы призмы. Правильная призма	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Тема 6.3 Параллелепипед, куб Параллелепипед, прямоугольный параллелепипед и его свойства. Куб. Сечение куба, параллелепипеда	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.4 Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида Пирамида: n-угольная пирамида, грани и основание пирамиды; боковая и полная поверхность пирамиды; правильная и усечённая пирамида. Элементы пирамиды. Вычисление элементов многогранников: рёбра, диагонали, углы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды Площадь боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы, площадь оснований, теорема о боковой поверхности прямой призмы. Площадь боковой поверхности и поверхности правильной пирамиды, теорема о площади боковой поверхности усечённой пирамиды	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.6 Движение в пространстве. Симметрия в пространстве Движение в пространстве. Симметрия в пространстве: симметрия относительно точки, прямой, плоскости. Элементы симметрии в пирамидах, параллелепипедах	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Тема 6.7 Правильные многогранники, их свойства Понятие правильного многогранника; правильная призма и правильная пирамида; правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр; куб. Представление о правильных многогранниках: октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Движение в пространстве. Элементы симметрии в правильных многогранниках	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.8 Симметрия в профессии. Сечения многогранников в профессиональных задачах Симметрия в природе, архитектуре, технике, в быту, в профессии. Использование движений в пространстве при решении профессиональных задач. Сечения призмы и пирамиды. Построение сечений многогранников, используя метод следов. Выполнение выносных плоских чертежей из рисунков простых объемных фигур (вид сверху, сбоку, снизу)	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра Цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, ось цилиндрической поверхности. Цилиндр: основания и	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

боковая поверхность, образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности. Изображение цилиндра на плоскости. Развёртка цилиндра. Сечения цилиндра (плоскостью, параллельной или перпендикулярной оси цилиндра)				
Тема 6.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса Коническая поверхность, образующие конической поверхности, ось и вершина конической поверхности. Конус: основание и вершина, образующая и ось; площадь боковой и полной поверхности	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 6.11 Усеченный конус. Сечение усеченного конуса Усечённый конус: образующие и высота; основания и боковая поверхность. Изображение конуса на плоскости. Развёртка конуса. Сечения конуса (плоскостью, параллельной основанию, и плоскостью, проходящей через вершину)	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10
Тема 6.12 Шар и сфера, их сечения Сфера и шар: центр, радиус, диаметр; площадь поверхности сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости; касательная плоскость к сфере. Изображение сферы, шара на плоскости. Сечения шара	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, З 1-10-10

Тема 6.13 Понятие об объеме тела. Объемы многогранников и тел вращения Понятие об объеме. Основные свойства объемов тел. Объем пирамиды, призмы цилиндра, конуса. Объем шара и площадь сферы	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.14 Объемы и площади поверхностей подобных тел Подобные тела в пространстве. Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.15 Комбинации многогранников и тел вращения Многогранник, описанный около сферы. Сфера, вписанная в многогранник или в тело вращения. Многогранник, вписанный в тело вращения	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.16 Комбинации геометрических тел на практике Использование комбинаций многогранников и тел вращения на практике	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 6.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения Вычисление величин (длина, угол, объем, площадь поверхности) геометрических фигур, используя	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №11 Многогранники и тела вращения	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №11 Многогранники и тела вращения Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

изученные формулы и методы				
Раздел 7. Первообразная функции, ее применение				
Тема 7.1 Первообразная функции Первообразная. Таблица первообразных	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 7.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона-Лейбница	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 7.3 Определенный интеграл в профессиональной деятельности и жизни Решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №12 Вычисление интегралов	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №12 Вычисление интегралов Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 7.4 Решение задач на нахождение первообразной и ее применение Первообразная и интеграл	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №13 Решение задач на нахождение первообразной	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №13 Решение задач на нахождение первообразной Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 8. Теория вероятностей и статистика				
Тема 8.1 Представление данных и описательная статистика Представление данных с помощью таблиц и диаграмм. Среднее арифметическое, медиана,	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числовых наборов				
Тема 8.2 Составление таблиц и диаграмм на практике Первичная обработка статистических данных. Графическое их представление. Нахождение средних характеристик, наблюдаемых данных. Применение статистических методов для решения профессиональных задач	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 8.3 Операции над событиями, над вероятностями. Условная вероятность Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями. Вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями. Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей. Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Независимые события	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Тема 8.4 Элементы комбинаторики Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №14 Решение задач по комбинаторике	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №14 Решение задач по комбинаторике Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 8.5 Вероятность в профессиональных задачах Вычисление вероятностей с использованием формул комбинаторики. Оценка вероятности события в профессиональной деятельности. Решение профессиональных задач на вероятность события	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 8.6 Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Примеры распределений, в том числе, геометрическое и биномиальное. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение. Примеры применения математического ожидания, в том числе в задачах из повседневной жизни. Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое ожидание суммы случайных величин.	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

Математическое ожидание и дисперсия геометрического и биномиального распределений.				
Тема 8.7 Закон больших чисел Непрерывные случайные величины (распределения). Нормальное распределение Закон больших чисел и его роль в науке, природе и обществе. Выборочный метод исследований. Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности распределения. Равномерное распределение и его свойства. Понятие о нормальном распределении	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 8.8 Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей Элементы комбинаторики. Событие, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №15 Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №13 Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Раздел 9. Математический практикум				
Тема 9.1 Матрицы и определители Способы решения систем линейных уравнений. Понятия: матрица 2x2 и 3x3, определитель матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение прикладных задач. Применение матриц в	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №16 Найти определитель матрицы	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №16 Найти определитель матрицы Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

информатике				
Тема 9.2 Элементы векторной алгебры Компланарные векторы. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Уравнение плоскости. Геометрический смысл определителя 2×2 . Геометрический смысл определителя 2×2	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 9.3 Комплексные числа Понятие комплексного числа. Сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа. Форма записи комплексного числа (геометрическая, тригонометрическая, алгебраическая). Арифметические действия с комплексными числами	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 9.4 Графы Понятие графа. Связный граф, дерево, цикл граф на плоскости. Решение прикладных задач. Применение графа в информатике	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №17 Графы	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Практическая работа №17 Графы Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10
Тема 9.5 Логические операции с множествами Логические операции. Применение диаграмм Эйлера–Венна для решение теоретико-множественных задач профессиональной направленности, задач информатики и других учебных дисциплин и для описания реальных	Устный опрос Письменный опрос Решение задач	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10	Устный опрос Письменный опрос Решение задач Экзамен	ОК-01, ОК-02, ОК-03, ОК-04, ОК-05 У 1-12, 3 1-10-10

процессов и явлений				
---------------------	--	--	--	--

2 формы и методы оценивания

2.1 Оценочные средства текущего контроля успеваемости

Цель текущей аттестации – контроль освоения запланированных по дисциплине знаний и умений.

В ходе текущего контроля отслеживается формирование общих и профессиональных компетенций через наблюдение за деятельностью обучающегося (проявление интереса к дисциплине, эффективный поиск, отбор и использование дополнительной литературы, работа в команде).

Формы текущей аттестации:

Периодичность текущей аттестации – текущая аттестация проводится в соответствии с рабочей программой и планами занятий. Периодичность проведения текущей аттестации не реже одного занятия.

Порядок проведения. Текущая аттестация проводится на учебных занятиях, а также включает в себя оценку выполнения практических занятий и устного опроса.

Порядок проведения текущей аттестации определяется оценочными средствами (методическими указаниями по выполнению практических занятий).

Оценочные средства текущей аттестации являются частью фонда оценочных средств по ОУП.У.03 Математика специальности 13.02.04 Гидроэлектротехнические установки и рабочей программы и позволяют оценить освоение обучающимся следующих знаний и умений:

Освоенные знания и умения	Оценочные средства
---------------------------	--------------------

	лекций	практических занятий
31. Номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;	+	+
32. Приемы структурирования информации;	+	+
33. Формат оформления результатов поиска информации	+	+
34. Основы проектной деятельности	+	+
35. Правила оформления документов и построения устных сообщений	+	+
36. Основы математики;	+	+
37. Основные математические понятия и формулы расчетов;	+	+
38. Методику расчета математических задач;	+	+
39. Основы вычисления операций над числами.	+	+
310. Требования к оформлению производственно-технической документации	+	+
У1. Определять задачи для поиска информации;	+	+
У2. Определять необходимые источники информации;	+	+
У3. Выделять наиболее значимое в перечне информации;	+	+

У4. Оценивать практическую значимость результатов поиска;	+	+
У5. Оформлять результаты поиска	+	+
У6. Организовывать работу коллектива и команды;	+	+
У7. Эффективно взаимодействовать с коллективом и работать в команде в процессе профессиональной деятельности.	+	+
У8. Грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе	+	+
У9. Производить расчеты математических задач;	+	+
У10. Владеть математическими формулами;	+	+
У11. Определять последовательность решения математических задач.	+	+
У12. Анализировать нормативные правовые акты при составлении технологических карт.	+	+

ФОС для текущего контроля по дисциплине включает оценочные материалы для проверки результатов освоения программы теоретического и практического курса дисциплины.

2.2 Оценочные средства для промежуточной аттестации

Изучение дисциплины ОУП.У.03 Математика для специальности 13.02.04 Гидроэлектротехнические установки, согласно рабочей программе, завершается экзаменом.

Целью экзамена является комплексная проверка знаний, умений, приобретенных обучающимися, а также уровня развития общих и профессиональных компетенций.

Экзамен проводится в форме сдачи билетов.

Место проведения: кабинет «Математика», № 305

Продолжительность: 2 урока по 45 минут

Требования к условиям проведения: Перечень вопросов

Форма проведения: ответы на поставленные вопросы

Проверяемые результаты обучения:

31. Номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;

32. Приемы структурирования информации;

33. Формат оформления результатов поиска информации

34. Основы проектной деятельности

35. Правила оформления документов и построения устных сообщений

36. Основы математики;

37. Основные математические понятия и формулы расчетов;

38. Методику расчета математических задач;

39. Основы вычисления операций над числами

310. Требования к оформлению производственно- технической документации

У1. Определять задачи для поиска информации;

У2. Определять необходимые источники информации;

У3. Выделять наиболее значимое в перечне информации;

У4. Оценивать практическую значимость результатов поиска;

У5. Оформлять результаты поиска

У6. Организовывать работу коллектива и команды;

У7. Эффективно взаимодействовать с коллективом и работать в команде в процессе профессиональной деятельности.

У8. Грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе

У9. Производить расчеты математических задач;

У10. Владеть математическими формулами;

У11. Определять последовательность решения математических задач.

У12. Анализировать нормативные правовые акты при составлении технологических карт.

Формирование общих и профессиональных компетенций:

ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам

ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации, и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности

ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по правовой и финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях

ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде

ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста

При проведении промежуточной аттестации учитываются следующие результаты текущей аттестации:

Перечень практических занятий

№	Наименование
Практическое занятие №1	Числа и вычисления
Практическое занятие №2	Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы
Практическое занятие №3	Процентные вычисления в профессиональных задачах
Практическое занятие №4	Последовательности и прогрессии
Практическое занятие №5	Решение показательных уравнений
Практическое занятие №6	Решение логарифмических уравнений
Практическое занятие №7	Решение логарифмических уравнений и неравенств
Практическое занятие №8	Преобразование тригонометрических графиков функций
Практическое занятие №9	Решение тригонометрических выражений, уравнений и неравенств
Практическое занятие №10	Производные элементарных функций
Практическое занятие №11	Многогранники и тела вращения
Практическое занятие №12	Вычисление интегралов
Практическое занятие №13	Решение задач на нахождение первообразной
Практическое занятие №14	Решение задач по комбинаторике
Практическое занятие №15	Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей
Практическое занятие №16	Найти определитель матрицы
Практическое занятие №17	Графы

Перечень тем

№	Тема
Раздел 1 Повторение курса математики основной школы	
Тема 1.1	Цель и задачи математики при освоении специальности
Тема 1.2	Числа и вычисления
Тема 1.3	Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы
Тема 1.4	Процентные вычисления в профессиональных задачах
Тема 1.5	Последовательности и прогрессии
Тема 1.6	Функции и графики
Раздел 2 Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функция	
Тема 2.1	Арифметический корень n -ой степени
Тема 2.2	Степени. Стандартная форма записи действительного числа
Тема 2.3	Степенная функция
Тема 2.4	Иррациональные уравнения и неравенства
Тема 2.5	Применение свойств степенной функции
Тема 2.6	Показательная функция, ее свойства
Тема 2.7	Показательные уравнения и неравенства
Тема 2.8	Применение свойств показательной функции
Тема 2.9	Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы
Тема 2.10	Свойства логарифмов
Тема 2.11	Логарифмическая функция, ее свойства
Тема 2.12	Логарифмические уравнения и неравенства
Тема 2.13	Логарифмы в природе и технике
Тема 2.14	Применение логарифмов к решению задач

Раздел 3 Координаты и векторы в пространстве	
Тема 3.1	Векторы в пространстве. Действия с векторами
Тема 3.2	Координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах
Тема 3.3	Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости
Тема 3.4	Решение задач на координаты и векторы
Раздел 4 Основы тригонометрии. Тригонометрические функции	
Тема 4.1	Основы тригонометрии
Тема 4.2	Основные тригонометрические тождества
Тема 4.3	Периодические функции. Тригонометрические функции
Тема 4.4	Преобразование графиков тригонометрических функций
Тема 4.5	Описание производственных процессов с помощью графиков функций
Тема 4.6	Обратные тригонометрические функции
Тема 4.7	Тригонометрические уравнения
Тема 4.8	Тригонометрические неравенства
Тема 4.9	Решение задач тригонометрии
Раздел 5 Производная и первообразная функции	
Тема 5.1	Монотонность и экстремумы функции. Точки экстремума
Тема 5.2	Понятие непрерывности функции
Тема 5.3	Производная функции
Тема 5.4	Геометрический смысл производной
Тема 5.5	Физический смысл производной в профессиональных задачах
Тема 5.6	Применение производной к исследованию

	функций на монотонность и экстремумы
Тема 5.7	Исследование функций и построение графиков
Тема 5.8	Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке
Тема 5.9	Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах
Тема 5.10	Решение задач. Производная функции, ее применение
Раздел 6 Многогранники и тела вращения	
Тема 6.1	Многогранники
Тема 6.2	Призма. Прямая и правильная призмы
Тема 6.3	Параллелепипед, куб
Тема 6.4	Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида
Тема 6.5	Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды
Тема 6.6	Движение в пространстве. Симметрия в пространстве
Тема 6.7	Правильные многогранники, их свойства
Тема 6.8	Симметрия в профессии. Сечения многогранников в профессиональных задачах
Тема 6.9	Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра
Тема 6.10	Конус, его составляющие. Сечение конуса
Тема 6.11	Усеченный конус. Сечение усеченного конуса
Тема 6.12	Шар и сфера, их сечения
Тема 6.13	Понятие об объеме тела. Объемы многогранников и тел вращения
Тема 6.14	Объемы и площади поверхностей подобных тел
Тема 6.15	Комбинации многогранников и тел вращения
Тема 6.16	Комбинации геометрических тел на практике
Тема 6.17	Решение задач. Многогранники и тела

	вращения
Раздел 7 Первообразная функции, ее применение	
Тема 7.1	Первообразная функции
Тема 7.2	Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница
Тема 7.3	Определенный интеграл в профессиональной деятельности и жизни
Тема 7.4	Решение задач на нахождение первообразной и ее применение
Раздел 8 Теория вероятностей и статистика	
Тема 8.1	Представление данных и описательная статистика
Тема 8.2	Составление таблиц и диаграмм на практике
Тема 8.3	Операции над событиями, над вероятностями. Условная вероятность
Тема 8.4	Элементы комбинаторики
Тема 8.5	Вероятность в профессиональных задачах
Тема 8.6	Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины
Тема 8.7	Закон больших чисел Непрерывные случайные величины (распределения). Нормальное распределение
Тема 8.8	Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей
Раздел 9 Математический практикум	
Тема 9.1	Матрицы и определители
Тема 9.2	Элементы векторной алгебры
Тема 9.3	Комплексные числа
Тема 9.4	Графы
Тема 9.5	Логические операции с множествами

Время на подготовку и выполнение практических занятий:

Подготовка: 10 минут;

Выполнение: 70 минут

Оформление и сдача: 10 минут

Всего: 1 час 30 минут

Каждое практическое задание имеет критерии оценивания, которые указаны в методических рекомендациях к практическим работам (Приложение 2).

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине «Математика», направленные на формирование общих.

В процессе изучения дисциплины предусмотрены следующие формы контроля: текущий, промежуточный контроль (экзамен), контроль практические работы студентов.

Текущий контроль успеваемости обучающихся, осуществляется по всем видам работы, предусмотренным рабочей программой дисциплины, осуществляется преподавателем, ведущим аудиторские занятия.

Текущий контроль успеваемости проводится в следующих формах:

- ~ устная (устный опрос, защита практической работы и т.д.);
- ~ письменная (письменный опрос и т.д.).

Результаты текущего контроля успеваемости фиксируются в журнале занятий с соблюдением требований по его ведению.

Промежуточная аттестация – это элемент образовательного процесса, призванный определить соответствие уровня и качества знаний, умений и навыков обучающихся, установленным требованиям согласно ФГОС рабочей программе дисциплины.

Промежуточная аттестация по дисциплине определяется рабочим учебным планом и рабочей программой дисциплины, проводится в форме экзамена.

Формы и методы оценивания

№	Тип (вид) задания	Критерии оценки
1	Тестирование	«5» - 100 – 90% правильных ответов «4» - 89 - 80% правильных ответов «3» - 79 – 70% правильных ответов «2» - 69% и менее правильных ответов
2	Устные ответы	Оценка «отлично» ставится, если студент полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения нормального литературного языка. Оценка «хорошо» ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого. Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении
3	Письменные ответы	

		понятий или формулировок; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого. Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.
4	Практические работы	Критерии оценивания Работа должна быть выполнена не менее, чем на 80%, оценивается следующим образом: Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных

		дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий. Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика». Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в
--	--	---

		ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач. Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.
--	--	--

Критерии оценки дифференцированного зачета

Экзамен проводится в письменной форме с решением задач. Экзамен состоит из 30 билетов, в каждом билете 1 теоретический и 2 практических задания, которые определяют соответствие уровня и качества знаний, умений и навыков студентов, согласно рабочей программе дисциплины.

В результате работы должны соответствовать следующим требованиям.

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять

профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий.

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить

варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

3 ПРИЛОЖЕНИЕ К ФОНДУ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Приложение 1

Типовые задания для текущего контроля успеваемости

Продолжительность устного (письменного) опроса – 10-15 минут, проводится в начале занятия, в виде фронтального или индивидуального опроса.

Устный опрос (устный ответ обучающегося на один или систему вопросов в форме рассказа, беседы, собеседования)

Устного опроса:

Раздел 1 Повторение курса математики основной школы

Тема 1.1 Цель и задачи математики при освоении специальности.

Вопросы для устного опроса

1. Что такое множество?
2. Как обозначаются элементы множества?
3. Какие операции над множествами существуют?
4. Дайте определение объединения двух множеств.
5. Объясните понятие пересечения множеств.
6. Что означает разность двух множеств?
7. Приведите пример универсального множества.
8. Что такое дополнение множества?
9. Определите пустое множество.
10. Чем отличаются конечные и бесконечные множества?

Вопросы для письменного опроса

1. Дайте определение множества. Приведите примеры конечных и бесконечных множеств.
2. Что такое подмножество? Запишите символически включение подмножества.
3. Какое множество называется пустым?
4. Какие операции выполняются над множествами? Опишите каждую операцию подробно.
5. Постройте диаграмму Венна для объединения двух множеств A и B .
6. Определите понятие универсального множества U . Как оно используется в математике?
7. Чем отличаются равносильные множества и эквивалентные множества?
8. Перечислите свойства симметричной разности двух множеств.
9. Объясните принцип двойственности в операциях над множествами.
10. Какой смысл имеет операция дополнения множества относительно универсального множества?

Тема 1.2 Числа и вычисления

Вопросы для устного опроса

1. Назовите компоненты простого выражения вида $a+b=ca+b=c$?
2. Что такое сумма чисел?

3. Как называется число, которое получается при умножении двух чисел?
4. Объясните разницу между числами четными и нечетными.
5. Дайте определение простому числу.
6. Какие виды дробей бывают?
7. Что значит привести дроби к общему знаменателю?
8. Чем отличается правильная дробь от неправильной?
9. Можно ли складывать обыкновенные дроби с разными знаменателями непосредственно?
10. Как сравнить две дроби?
11. Что означает десятичная точка в числе?
12. Приведите пример перевода обычной дроби в десятичную.
13. Почему важно округлять десятичные числа?
14. Когда используется запятая в записи десятичных чисел?
15. Расскажите правило деления на 10, 100, 1000 и т.п.
16. Перечислите основные свойства сложения и умножения чисел.
17. Для чего применяется свойство дистрибутивности?
18. Может ли произведение двух отрицательных чисел быть положительным?
19. Всегда ли верно утверждение, что сумма любых трех последовательных натуральных чисел делится на три?
20. Является ли деление коммутативной операцией?

Вопросы для письменного опроса

1. Что такое натуральное число?
2. Чем отличаются целые числа от натуральных чисел?
3. Какое наименьшее целое положительное число существует?
4. Дайте определение рациональному числу.

5. Приведите пример иррационального числа.
6. Запишите правило умножения отрицательных чисел.
7. Каково значение выражения $-8+(-3)-8+(-3)$?
8. Найдите произведение чисел .
9. Вычислите остаток от деления числа $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{5}$
10. Чему равно частное от деления чисел $48:12$?
11. Укажите порядок выполнения операций в выражении $(3+5)\times 2-4$.
12. Какие скобки используются для обозначения порядка действий?
13. Сколько получится, если сначала сложить два числа, потом разделить сумму на одно из исходных чисел?
14. Представьте десятичную дробь 0.75 в виде обыкновенной дроби.
15. Как перевести процент в десятичное число?
16. Найти 20% от числа 5050 .
17. Увеличьте число 80 на 15% . Какой итог получите?

Тема 1.3 Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы

Вопросы для устного опроса

1. Что такое алгебраическое выражение?
2. Дайте определение тождеству.
3. Какие свойства равенств используются при выполнении тождественных преобразований?
4. Приведите примеры известных вам основных тождеств (например, формулы сокращённого умножения).
5. Какое правило применяется при раскрытии скобок перед которыми стоит знак минус?

6. Когда удобно применять свойство вынесения общего множителя за скобки?
7. Что значит привести подобные члены выражения?
8. Какой принцип лежит в основе метода замены переменных?

Вопросы для письменного опроса

1. Что такое тождество?
2. Приведите пример тождественного преобразования выражения
3. Свойства дистрибутивности
4. Правила возведения в степень
5. Какое уравнение называется линейным

Тема 1.4 Процентные вычисления в профессиональных задачах

Вопросы для устного опроса

1. Что такое проценты?
2. Как перевести число в проценты?
3. Как найти процент от числа?
4. Как определить, какой процент составляет одно число от другого?
5. Объясните понятие простого процента и сложного процента.

Вопросы для письменного опроса

1. Если зарплата сотрудника увеличилась на 8%, какова новая сумма зарплаты, если раньше было 50 тыс. рублей?

2. Сколько процентов составляет скидка, если товар стоил первоначально 10 тысяч рублей, а теперь продаётся за 8 тысяч рублей?
3. Предприятие увеличило выпуск продукции на 15%. Какой объём выпуска продукции стал новым, если ранее производилось 120 тонн?
4. Цена товара выросла на 10% и составила 110 рублей. Определите первоначальную цену товара.
5. Банк начисляет ежегодно 5% годовых на вклад. Через два года клиент положил сумму 100 тысяч рублей. Какая сумма накопится у клиента спустя три года?

Тема 1.5 Последовательности и прогрессии

Вопросы для устного опроса

1. Что такое последовательность?
2. Какая разница между последовательностью и прогрессией?
3. Назовите формулу общего члена арифметической прогрессии.
4. Объясните понятие разности арифметической прогрессии.
5. Приведите пример геометрической прогрессии.
6. Дайте определение суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите формулу суммы первых n членов геометрической прогрессии.
2. Какие виды прогрессий вы знаете?
3. Можно ли любую последовательность назвать прогрессией?

4. Какой тип прогресса представлен в числовой строке 1,3,5,7,...?

Тема 1.6 Функции и графики

Вопросы для устного опроса

1. Что такое функция?
2. Какова область определения функции?
3. Что называется областью значений функции?
4. Какие существуют способы задания функций?
5. Дайте определение четной и нечетной функции.
6. Приведите пример периодической функции и укажите её наименьший положительный период.
7. Объясните понятие монотонной функции.
8. Чем отличаются возрастающая и убывающая функции?
9. Что значит непрерывность функции в точке?
10. Когда говорят, что функция имеет разрыв первого рода?

Вопросы для письменного опроса

1. Нарисуйте график линейной функции $y=kx+b$
2. Представьте график тригонометрических функций $\sin(x)$, $\cos(x)$ и укажите их периоды.
3. Постройте график кубической функции $y=x^3$ и охарактеризуйте её свойства.
4. Покажите график обратной пропорциональности $y=k/x$ и назовите области, где он существует.

Раздел 2 Степени и корни. Степенная, показательная и логарифмическая функция

Тема 2.1 Арифметический корень n-ой степени

Вопросы для устного опроса

1. Что такое арифметический корень n-й степени?
2. Какие основные свойства имеет арифметический корень n-й степени?
3. Где применяются корни n-й степени в математике?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите значение выражения: $\sqrt{\sqrt{9}}$
2. Найдите значение выражения: $\sqrt{\sqrt[3]{8}}$
3. Решите уравнение: $\sqrt{\sqrt{x+1}} = 3$

Тема 2.2 Степени. Стандартная форма записи действительного числа

Вопросы для устного опроса

1. Что такое степень числа?
2. Какими свойствами обладает степень?
3. Назовите основные правила возведения в отрицательную степень.
4. Чем отличается возведение числа в нулевую степень от возведения в первую степень?

5. Приведите пример стандартного вида числа больше миллиона.

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите число 3 400 000 в стандартную форму.
2. Представьте число 0.000 0075 в научной нотации.
3. Упростите выражение $(2^3)^4$
4. Вычислите $(\frac{1}{3})^{-2}$
5. Объясните правило деления степеней с одинаковыми основаниями.

Тема 2.3 Степенная функция

Вопросы для устного опроса

1. Что такое степенная функция?
2. Какими свойствами обладает степенная функция?
3. Чем отличаются графические представления степенных функций при различных значениях показателя степени?
4. Какие значения принимает функция при нулевом показателе степени?
5. Приведите пример чётной степенной функции.
6. Опишите поведение графика степенной функции при увеличении абсолютного значения аргумента.
7. Можно ли утверждать, что любая степенная функция непрерывна на своей области определения?

Вопросы для письменного опроса

1. Постройте график функции $y = 2x^3$ и опишите его основные характеристики.
2. Определите, является ли функция $y = \sqrt{x}$ степенной, и укажите её степень.
3. Докажите, что функция $y = x^{-2}$ является чётной.
4. Запишите формулу для производной степенной функции общего вида $y = ax^n$.
5. Обоснуйте утверждение: «Любая целочисленная степень четного числа снова даёт чётное число».
6. Дайте определение понятия «степень с рациональным показателем» и приведите пример.

Тема 2.4 Иррациональные уравнения и неравенства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое иррациональное уравнение?
2. Какие методы используются для решения иррациональных уравнений?
3. Почему важно учитывать область допустимых значений (ОДЗ)?
4. Приведите пример простого иррационального уравнения.
5. Как проверить наличие постороннего решения?
6. Какой метод чаще всего применяется при наличии двух квадратных корней?
7. Объясните разницу между простым и сложным иррациональным уравнением.

8. Когда возникает необходимость возведения обеих частей уравнения в чётную степень?
9. Зачем вводится замена переменных при решении сложных иррациональных уравнений?
10. Опишите последовательность действий при проверке правильности найденных решений.

Вопросы для письменного опроса

1. Решите уравнение: $\sqrt{\quad}\sqrt{x+5} = x-1$
2. Решите неравенство $\sqrt{\quad}\sqrt{3-x} \geq x-1$
3. Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sqrt{\quad} & \begin{cases} \sqrt{y} + y = 6 \\ x + y = 10 \end{cases} \end{cases}$
4. Найдите наименьший корень уравнения $\sqrt{\quad}\sqrt{x^2+x} - x = 2$

Тема 2.5 Применение свойств степенной функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое степень числа?
2. Какое число называется основанием степени?
3. Какое число называется показателем степени?
4. Чем отличается положительное основание степени от отрицательного основания?
5. Что означает нулевой показатель степени?
6. Почему нельзя возводить ноль в отрицательную степень?
7. Что значит возвести число в первую степень?

Вопросы для письменного опроса

1. Записать определение понятия «степенная функция».
2. Перечислить основные свойства степенных функций для четных показателей.
3. Перечислить основные свойства степенных функций для нечетных показателей.
4. Дайте формулу преобразования $a^m * a^n = a$

Тема 2.5 Показательная функция, ее свойства

Вопросы для устного опроса

1. Дайте определение показательной функции.
2. Какова область определения показательной функции?
3. Назовите область значений показательной функции.
4. Может ли показательная функция иметь нули? Обоснуйте ответ.
5. Приведите формулу производной показательной функции.
6. Когда показательная функция монотонна? Что значит возрастающая и убывающая функция?

Вопросы для письменного опроса

1. Какой вид имеет график функции $y = e^x$?
2. Нарисуйте графики функций $y = 2^x$ и $y = (\frac{1}{2})^x$ на одном координатном поле.
3. Определите характер поведения функции $y = 3^x$: возрастающая или убывающая?
4. Покажите графически разницу между функциями $y = a^x$ при $a > 1$ и $0 < a < 1$

Тема 2.7 Показательные уравнения и неравенства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое показательное уравнение?
2. Как решаются простейшие показательные уравнения?
3. Какие свойства логарифмов используются при решении уравнений?
4. Какими методами решают однородные показательные уравнения?
5. Чем отличаются методы решения уравнений и неравенств?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите корни уравнения $2^{x+2} = 16$
2. Решите уравнение $3^{2x-1} \sqrt{3}$
3. Решите неравенство $5^{x-1} \leq \frac{1}{25}$
4. Постройте график функции $y = 2^x$ и укажите её основные свойства.
5. Используя метод замены переменной, найдите решение уравнения $4^{x+1} - 2 \cdot 4^x = 8$

Тема 2.8 Применение свойств показательной функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое показатель степени?
2. Как называется область значений показательной функции?
3. Какие значения принимает основание показательной функции (ах)?

4. Почему нельзя брать отрицательные числа в качестве основания?
5. Когда график показательной функции расположен выше оси абсцисс?
6. Всегда ли показательная функция монотонна?

Вопросы для письменного опроса

1. Является ли показательная функция непрерывной?
2. Объясните понятие возрастания и убывания показательной функции.
3. Опишите характер поведения функции $y = 2^x$ при увеличении аргумента.
4. Может ли показательная функция пересекать ось абсцисс?
5. Какой вид имеет асимптота показательной функции?

Тема 2.9 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы

Тема 2.10 Логарифм числа. Десятичный и натуральный логарифмы

Вопросы для устного опроса

1. Что такое логарифм?
2. Какие основные виды логарифмов существуют?
3. Какова область определения логарифма?
4. Перечислите три основных свойства логарифмов.
5. Почему нельзя вычислить логарифм отрицательного числа?

6. Отрицательные числа невозможно представить в виде положительного основания возведённого в степень вещественного показателя.
7. Чем отличаются натуральный и десятичный логарифмы?
8. Каково основное свойство логарифма степени?

Вопросы для письменного опроса

1. Вычислите значение выражения $\log_2 8$
2. Найдите значение $\log_{10} 1000$ без калькулятора.
3. Запишите формулу перехода от одного основания логарифма к другому.
4. Упростите выражение $\log_5 25^3$
5. Решите уравнение $\log_x 16 = 2$

Тема 2.11 Логарифмическая функция, ее свойства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое логарифмическая функция?
2. Каково основное свойство логарифма?
3. Приведите пример вычисления значения логарифма.
4. Назовите три основных свойства логарифмов.
5. Объясните формулу перехода к новому основанию.

Вопросы для письменного опроса

1. Вычислите значение выражения $\log_3 27$
2. Упростите выражение $\log_5 125 - \log_5 5$
3. Найдите область определения функции $(f)(x) = \log_{0.5} x$
4. Решите уравнение $\log_x 16 = 2$

Тема 2.12 Логарифмические уравнения и неравенства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое логарифм числа?
2. Как обозначается логарифм числа a по основанию b ?
3. Назовите основное свойство логарифма.
4. Запишите формулу перехода от одного основания логарифма к другому.
5. Какие значения принимает основание логарифма?
6. Почему нельзя брать отрицательные числа под знаком логарифма?
7. Перечислите основные свойства логарифмов.

Вопросы для письменного опроса

1. Решите устно уравнение $\log_2 x = 3$
2. Найдите область определения выражения $\log_3 (x + 1)$
3. Укажите область значений выражения $\log_x (a^2 + 1)$
4. Объясните смысл записи $\log x$ запишите её в общем виде.
5. Является ли число 1 решением уравнения $\log_{0.5} x = -1$

Тема 2.13 Логарифмы в природе и технике

Вопросы для устного опроса

1. Что такое логарифм?
2. Как связаны экспоненты и логарифмы?
3. Какие свойства логарифмов помогают упрощать вычисления?
4. Приведите пример натурального логарифма и укажите основание.
5. Где применяются логарифмы в биологии?
6. Почему используется десятичный логарифм в химии?
7. Какова роль логарифмов в акустике и музыке?
8. Назовите одну область техники, где активно используются логарифмы.
9. Объясните понятие логарифмической шкалы и приведите пример её использования.
10. Чем полезны логарифмы при обработке больших чисел?

Вопросы для письменного опроса

1. Опишите применение логарифмов в сейсмологии и приведите реальный пример.
2. Объясните принцип измерения громкости звука в децибелах.
3. Покажите связь между скоростью химической реакции и использованием логарифмов.
4. Как и почему логарифмы применяются в информатике?

5. Объясните смысл и значение логарифмических шкал в физике высоких энергий.

Тема 2.14 Применение логарифмов к решению задач

Вопросы для устного опроса

1. Что такое логарифм?
2. Как связаны экспоненты и логарифмы?
3. Какие свойства логарифмов помогают упрощать вычисления?
4. Приведите пример натурального логарифма и укажите основание.
5. Где применяются логарифмы в биологии?
6. Почему используется десятичный логарифм в химии?
7. Какова роль логарифмов в акустике и музыке?
8. Назовите одну область техники, где активно используются логарифмы.
9. Объясните понятие логарифмической шкалы и приведите пример её использования.
10. Чем полезны логарифмы при обработке больших чисел?

Вопросы для письменного опроса

1. Решите уравнение $\log_2(x + 3) = 4$
2. Упростите выражение $\log_{10} 100 - \log_{10} 10$

3. Запишите формулу перехода от одного основания логарифма к другому.
4. Упростите выражение $\log_5 25^3$
5. Решите уравнение $\log_x 16 = 2$

Раздел 3 Прямые и плоскости в пространстве. Координаты и векторы в пространстве

Тема 3.1 Векторы в пространстве. Действия с векторами

Вопросы для устного опроса

1. Что такое вектор?
2. Как определить длину (модуль) вектора?
3. Какие два вектора называются коллинеарными?
4. Когда говорят, что три вектора компланарны?
5. Дайте определение единичного вектора.

Вопросы для письменного опроса

1. Определите понятия: свободный вектор, нулевой вектор, противоположные векторы.
2. Изобразите графически операцию умножения вектора на число.

3. Докажите свойство коммутативности операции сложения векторов.
4. Найдите модуль вектора $\vec{c}$, заданного координатами $(3, -4, 12)$.
5. тел вращения.
6. Докажите равенство вертикальных углов.

Тема 3.2 Координаты в пространстве. Простейшие задачи в координатах

Вопросы для устного опроса

1. Что такое система координат?
2. Как обозначаются оси координат в трехмерном пространстве?
3. Какие виды координат существуют в математике?
4. Объясните понятие "координата точки"?
5. Как определить положение точки в трехмерном пространстве?
6. Чем отличается двумерная система координат от трехмерной?

Вопросы для письменного опроса

1. Как изменится формула расстояния между двумя точками, если перейти к сферическим координатам?

2. Рассмотрите случай взаиморасположения двух параллельных плоскостей и определите минимальное расстояние между ними.
3. Изобразите графически прямую линию, параллельную одной из координатных осей.
4. Можно ли построить геометрическое тело, зная лишь одну координату всех его вершин?
5. Обоснуйте выбор декартовых координат среди прочих возможных систем координат.

Тема 3.3 Практико-ориентированные задачи на координатной плоскости

Вопросы для устного опроса

1. Что такое система координат?
2. Как обозначаются оси координат?
3. Какие координаты имеет начало координат?
4. Сколько четвертей существует на координатной плоскости?
5. Чем отличаются положительные и отрицательные значения координат?
6. Объясните, как определяется положение точки на координатной плоскости.
7. Приведите пример точек, расположенных в разных четвертях.

Вопросы для письменного опроса

1. Отобразите точку $M(-5; -3)$ на координатной плоскости и укажите, в какой четверти она располагается.
2. По заданным координатам постройте треугольник KLM , где $K(2; 3)$, $L(-1; 5)$, $M(4; -2)$:
3. Измерьте длину стороны KL .
4. Проверьте, является ли этот треугольник равнобедренным.
5. Даны две точки $N(-3; 4)$ и $P(5; -2)$. Найдите координаты середины отрезка NP .
6. Постройте прямую, проходящую через точки $Q(1; 1)$ и $R(-3; 3)$. Запишите уравнение прямой.

Тема 3.4 Решение задач на координаты и векторы

Вопросы для устного опроса

1. Что такое вектор?
2. Как обозначается длина вектора $\vec{a}$?
3. Чем отличается направленный отрезок от вектора?
4. Назовите основные операции над векторами.
5. Запишите формулу вычисления длины вектора по координатам.
6. Какие условия параллельности двух векторов?
7. Что значит коллинеарность векторов?

Вопросы для письменного опроса

1. Докажите, что треугольник с вершинами $E(1,1)$, $F(4,5)$, $G(7,1)$ является равнобедренным.

2. Установите зависимость между сторонами прямоугольника и диагоналями с использованием теоремы косинусов.
3. Пусть даны четыре точки: $K(1,1)$, $L(3,4)$, $M(6,1)$, $N(4,-2)$. Проверьте, являются ли стороны четырехугольника параллелограммом.
4. По заданному уравнению прямой $y=2x+3$, определите нормаль к ней.
5. Постройте точку симметричную точке $P(2,5)$ относительно начала координат.

Раздел 4 Основы тригонометрии. Тригонометрические функции

Тема 4.1 Основы тригонометрии

Вопросы для устного опроса

1. Что такое синус угла?
2. Как определить косинус угла?
3. Какие значения принимает тангенс угла?
4. Чем отличается котангенс от тангенса?
5. Приведите основные формулы приведения для синусов и косинусов.
6. Назовите общие признаки четности и нечетности тригонометрических функций.

Вопросы для письменного опроса

1. Записать определение всех шести основных тригонометрических функций для острого угла прямоугольного треугольника.
2. Перечислите точные значения тригонометрических функций углов 0 , 30 , 45 , 60 , 90° .
3. Нарисуйте графики функций $\sin x$, $\cos x$ и укажите их области определений и областей значений.
4. Вычислите значение выражения $\sin 15^\circ + \cos 75^\circ$.
5. Найдите точное значение $\operatorname{tg} \frac{\pi}{12}$ с использованием формул двойного аргумента.

Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества

Вопросы для устного опроса

1. Что такое основное тригонометрическое тождество?
2. Какое равенство выражает связь между тангенсом и котангенсом угла?
3. Назовите формулу связи между синусом и косинусом двойного угла.
4. Перечислите основные соотношения между синусами и косинусами углов первой четверти круга (α).
5. Какие значения принимают функции $\sin(x)$ и $\cos(x)$, если угол равен нулю градусов

Вопросы для письменного опроса

1. Докажите, что $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$. Используйте определение синуса и косинуса в прямоугольном треугольнике.
2. Найдите значение выражения $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{6} = 1$.
3. Вычислите $\sin \frac{-\pi}{3}$
4. Вычислите $\cos \frac{-\pi}{3}$

Тема 4.3 Периодические функции. Тригонометрические функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое тригонометрические функции?
2. Какие основные тригонометрические функции вам известны?
3. Дайте определение синусу угла.
4. Как определяется косинус угла?
5. Опишите тангенс угла.
6. Чем отличается котангенс от тангенса?
7. Чему равен угол, синус которого равен нулю?

Вопросы для письменного опроса

1. Постройте график функции $(f(x) = \sin \frac{\pi}{2})$
2. Постройте график функции $(f(x) = \cos \frac{\pi}{2})$

3. Исследуйте чётность и нечётность функции $y = \sin^2 x + \cos^2 x$
4. Определите область значений функции $y = -2\cos x + 1$

Тема 4.4 Преобразование графиков тригонометрических функций

Вопросы для устного опроса

1. Как изменяется график функции $\sin x$, если её аргумент умножается на число больше единицы?
2. Что произойдёт с графиком функции $\cos x$, если добавить константу внутри аргумента?
3. Что означает коэффициент перед функцией в выражениях типа $A\sin(x)$?
4. Если график функции сдвинут вверх на величину B , какой вид примет формула?
5. Почему графики косинуса и синуса называются гармоническими колебаниями?

Вопросы для письменного опроса

1. Постройте график функции $y = 2\cos(x + \pi)$
2. Определите периодичность функции $y = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$
3. Найдите область значений функции $y = -3\sin x + \sqrt{2}$
4. Запишите уравнение функции, график которой симметричен графику функции $y = \tan x$ относительно начала координат.

Тема 4.5 Описание производственных процессов с помощью графиков функций

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производительность производственного процесса?
2. Какие факторы влияют на расход ресурсов в производстве?
3. Как изменяется запас сырья при равномерной поставке и постоянной интенсивности обработки?
4. Чем характеризуется эффективностью оборудования?
5. Объясните смысл графика, показывающего рост выпуска продукции во времени.

Вопросы для письменного опроса

1. Приведите формулу зависимости количества произведенных изделий от числа рабочих часов.
2. Почему важно учитывать колебания уровня запасов сырья?
3. Опишите различия между производительностью труда и производительностью оборудования.
4. Перечислите основные типы графиков производственных процессов.
5. Для чего используются графики анализа расходов ресурсов?

Тема 4.6 Обратные тригонометрические функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое арксинус числа?
2. Какова область значений арктангенса?

3. Чем отличается аргумент обратной тригонометрической функции от аргумента обычной тригонометрической функции?
4. Приведите пример угла, синус которого равен $-1-1$. Какой обратный угол этому соответствует?
5. Для какого значения аргумента значение $\arccos(x)$ равно нулю?

Вопросы для письменного опроса

1. Объясните связь между функциями $\operatorname{tg}(0)$ и $\operatorname{ctg}(0)$. Как эта связь отражается в обратных функциях?
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $\arcsin x^2$
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $\arccos x^2$
4. Запишите формулу связи $\arcsin(x)$ и $\arccos(x)$.

Тема 4.7 Тригонометрические уравнения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое тригонометрическое уравнение?
2. Какие значения принимает аргумент арксинуса ($\arcsin a$)?
3. Когда решение уравнений типа $\operatorname{ctg} x = n$ неопределено?
4. Объясните смысл термина "основные тригонометрические формулы двойного угла".
5. Дайте определение универсальной тригонометрической замены переменных.
6. Что означает термин "однородное тригонометрическое уравнение"?

7. Как решить однородное уравнение первой степени?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите наименьший положительный корень уравнения:
 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
2. Решите уравнение: $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$
3. Упростите и решите уравнение: $2\sin x \cos x = 1$

Тема 4.8 Тригонометрические неравенства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое тригонометрическое неравенство?
2. Какие основные методы решения тригонометрических неравенств существуют?
3. Приведите пример элементарного тригонометрического неравенства и его графическое решение.
4. Как решить простейшие тригонометрические неравенства вида
 $\sin x > a$

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите область решений неравенства $\sin x \geq -\frac{1}{2}$ на отрезке $[-\pi, \pi]$. Изобразите её графически.
2. Найти наименьший положительный угол, удовлетворяющий неравенству $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$, и укажите общее решение.
3. Для какого диапазона углов выполняется условие $\cos^2 x + \sin^2 x < 1$?

Тема 4.9 Решение задач тригонометрии

Вопросы для устного опроса

1. Что такое синус угла?
2. Как определить косинус угла?
3. Какие значения принимает тангенс угла?
4. Чем отличается котангенс от тангенса?
5. Приведите основные формулы приведения для синусов и косинусов.
6. Назовите общие признаки четности и нечетности тригонометрических функций.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите наименьший положительный корень уравнения:
 $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$
2. Решите уравнение: $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$
3. Определите периодичность функции $y = \sin(3x - \frac{\pi}{4})$

4. Найдите область значений функции $y = -3\sin x \sqrt{2}$

Раздел 5 Производная и первообразная функции

Тема 5.1 Монотонность и экстремумы функции. Точки экстремума

Вопросы для устного опроса

1. Что такое монотонная функция?
2. Какие существуют виды монотонных функций?
3. Как определить интервалы возрастания и убывания функции?
4. Дайте определение точки максимума и минимума функции.
5. Чем отличаются локальные экстремумы от глобальных экстремумов?
6. Приведите пример непрерывной функции, имеющей точку экстремума.
7. Может ли функция иметь бесконечно много точек экстремума? Если да, приведите пример.
8. Всегда ли производная равна нулю в точке экстремума?
9. Назовите необходимое условие существования экстремума.
10. Когда точка является точкой перегиба графика функции?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите промежутки монотонности функции $(f)(x) = x^3 - 3x + 2$
2. Определите координаты всех точек экстремума функции $y = x^4 - 8x^2 + 16$

3. Найдите промежутки монотонности функции $(f)(x) = 3x^3 - x + 6$
4. Определите координаты всех точек экстремума функции $y = 4x^5 - x^2 + 4$

Тема 5.2 Понятие непрерывности функции. Метод интервалов

Вопросы для устного опроса

1. Что такое непрерывность функции?
2. Какие типы разрывов существуют?
3. Приведите пример функции, имеющей разрыв первого рода.
4. Чем отличается разрыв первого рода от разрыва второго рода?
5. Дайте определение предела функции в точке.
6. Объясните условие непрерывности функции на интервале.
7. Как определить точки разрыва функции?
8. Назовите основные признаки непрерывности функции.
9. Опишите различия между точечным и глобальным понятиями непрерывности.
10. Почему важно изучать непрерывность функций?

Вопросы для письменного опроса

1. Решите неравенство методом интервалов: $\frac{x^2+x-6}{x+3} < 0$
 2. Решите неравенство методом интервалов: $\frac{3x^3+3x+8}{4x+3} < 0$
- Решите неравенство методом интервалов: $x^2 + 5x - 4$

Тема 5.3 Производная.

Тема 5.4 Геометрический и физический смысл производной

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производная функции?
2. Как геометрически интерпретируется производная?
3. Какой физический смысл имеет производная?
4. Почему производная помогает находить экстремумы функций?
5. Приведите пример физического процесса, в котором используется понятие производной.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите производную функции $(f)(x) = x^3 + 2x$.
2. Найдите производную функции $(f)(x) = \sin x + 2\cos x$.
3. Найдите производную функции $(f)(x) = x^3 * 2\cos x$.
4. Найдите производную функции $(f)(x) = 3x^6/5\cos x$.

Тема 5.4 Первообразная функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое первообразная функции?
2. Как обозначается семейство всех первообразных функции?
3. Какие основные правила интегрирования существуют?
4. Почему любые две первообразные одной функции различаются на постоянную величину?
5. Чем отличается дифференциал от интеграла?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите первообразную функции $(f)(x) = x^3$.
2. Найдите первообразную функции $(f)(x) = \sin x$.
3. Найдите первообразную функции $(f)(x) = 2\cos x$.
4. Найдите первообразную функции $(f)(x) = 3x^6$.

Тема 5.5 Физический смысл производной в профессиональных задачах

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производная функции?
2. Чем отличается мгновенная скорость изменения величины от средней скорости?
3. Как определить направление возрастания или убывания функции?
4. Объясните физический смысл первой производной координаты движущегося тела.
5. Приведите примеры физических величин, которые выражаются через первую производную.

Вопросы для письменного опроса

1. Для графика зависимости давления газа от объема запишите формулу для расчета плотности газа в каждой точке графика.
2. Определите, как изменяется мощность электрического тока (P) при увеличении напряжения (UU), используя понятие производной.

3. Найдите зависимость ускорения автомобиля ($a^{\rightarrow}$) от угла наклона дороги (α), зная, что сила тяжести действует вертикально вниз.

Тема 5.6 Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производная функции?
2. Как определить интервалы возрастания и убывания функции?
3. Какие условия необходимы для существования экстремума функции?
4. Чем отличаются точки максимума и минимума?
5. Объясните понятие стационарной точки.
6. Приведите пример функции, имеющей максимум и минимум одновременно.
7. Почему функция должна быть дифференцируемой для исследования её экстремумов?
8. Дайте определение первой производной функции и её геометрический смысл.
9. Как связано поведение второй производной с выпуклостью графика функции?
10. Какой метод используется для нахождения интервалов монотонности?

Вопросы для письменного опроса

1. Напишите формулу производной произведения двух функций

2. Запишите условие первого порядка необходимого для экстремума функции.
3. Назовите достаточные условия для существования точек экстремума. Для строгого экстремума достаточно проверить знак производной слева и справа от критической точки.
4. Перечислите шаги алгоритма исследования функции на монотонность и экстремумы.

Тема 5.7 Исследование функций и построение графиков

Тема 5.8 Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

Тема 5.9 Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах

Тема 5.10 Решение задач. Производная функции, ее применение

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производная функции?
2. Как вычислить производную постоянной функции?
3. Какие существуют правила дифференцирования суммы, произведения и частного
4. Чем отличаются максимальные и минимальные значения функции?
5. Что значит выпуклость вверх и вниз графика функции?
6. Объясните понятие асимптоты функции.
7. Приведите пример нахождения экстремума функции методом первой производной.
8. Дайте определение первообразной функции.

9. Почему говорят, что первообразная определяется с точностью до константы?
10. Опишите формулу Ньютона-Лейбница.
11. Можно ли утверждать, что каждая непрерывная функция имеет первообразную?
12. Чем отличается график первообразной функции от самой функции?
13. Как связаны производная и первообразная одной и той же функции?
14. Применяйте правило замены переменной в интеграле.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите первообразную функции $(f)(x) = x^3$.
2. Найдите первообразную функции $(f)(x) = \sin x$.
3. Найдите производную функции $(f)(x) = x^3 * 2\cos x$.
4. Найдите производную функции $(f)(x) = 3x^6/5\cos x$.

Раздел 6 Многогранники и тела вращения

Тема 6.1 Многогранники

Вопросы для устного опроса

1. Что такое многогранник?
2. Какие виды многогранников существуют?
3. Чем отличается выпуклый многогранник от невыпуклого?
4. Дайте определение правильному многограннику.

5. Перечислите пять типов правильных многогранников (Платоновы тела).
6. Что называется гранью, ребром и вершиной многогранника?

Вопросы для письменного опроса

1. Нарисуйте правильный куб и обозначьте на нём грани, вершины и рёбра.
2. Запишите формулу Эйлера для многогранника и поясните значение каждой переменной.
3. Сколько граней, рёбер и вершин у додекаэдра?
4. Определите тип многогранника, изображённого ниже, и запишите число его граней, рёбер и вершин.
5. Изобразите на чертеже треугольную пирамиду и найдите её объём, если длина каждого ребра равна 6 см.

Тема 6.2 Правильные многогранники. Площадь поверхности многогранников

Вопросы для устного опроса

1. Что такое призма?
2. Какие виды призм существуют?
3. Чем отличается прямая призма от наклонной?
4. Как называется призма, у которой основанием служит правильный многоугольник?
5. Назовите основные элементы призмы.
6. Как вычислить высоту прямой призмы?
7. Как определить диагональ призмы?

8. Объясните формулу площади боковой поверхности правильной призмы.
9. Почему объём призмы зависит от высоты?
10. Может ли одна призма иметь два разных объёма?

Вопросы для письменного опроса

1. Нарисуйте правильную треугольную призму и укажите её элементы.
2. Запишите формулы площади основания, боковой поверхности и общего объёма правильной призмы.
3. Вычислите площадь основания правильной шестиугольной призмы, если длина стороны равна 4 см.
4. Найдите боковую поверхность правильной четырёхугольной призмы высотой 10 см и стороной квадрата 6 см.
5. Определите общий объём правильной пятиугольной призмы, если высота составляет 8 см, а сторона основания равна 5 см.
6. Решите задачу: Высота правильной восьмиугольной призмы равна 12 см, периметр основания равен 32 см. Найти полную площадь поверхности.

Тема 6.3 Параллелепипед, куб

Вопросы для устного опроса

1. Что такое параллелепипед?
2. Какие виды параллелепипедов существуют?
3. Чем отличается прямоугольный параллелепипед от наклонного?
4. Как определить длину диагонали прямоугольного параллелепипеда?
5. Объясните, почему площадь поверхности параллелепипеда равна сумме площадей всех граней.

Вопросы для письменного опроса

1. Определите объем прямоугольного параллелепипеда с размерами сторон $a = 5$ см, $b = 8$ см, $h = 12$ см.
2. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда с длиной основания $a = 6$ м, шириной $b = 4$ м и высотой $h = 3$ м.
3. Площадь одной грани прямоугольного параллелепипеда составляет 24 кв.см., длина стороны которой равна 6 см. Чему равен периметр этой грани?
4. Какой должна быть высота прямоугольного параллелепипеда, чтобы его объем составил 120 куб.м., если длина основания равна 5 м, ширина 4 м?

Тема 6.4 Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида

Вопросы для устного опроса

1. Что такое пирамида?
2. Чем отличается правильная пирамида от неправильной?
3. Дайте определение правильной треугольной пирамиды.

4. Какие свойства имеет апофема правильной пирамиды?
5. Как вычислить площадь боковой поверхности правильной пирамиды?
6. Объясните понятие высоты пирамиды.
7. Опишите основные элементы усечённой пирамиды.
8. Что означает термин "усечение"?
9. Какой вид сечения образуется, если провести плоскость параллельно основанию пирамиды?
10. Приведите формулу объёма правильной пирамиды.

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите формулу площади полной поверхности правильной четырёхугольной пирамиды.
2. Напишите выражение для нахождения объёма усеченной четырёхугольной пирамиды.
3. Изобразите правильную шестиугольную пирамиду и укажите её основные элементы.
4. Постройте схему усечения правильной пирамиды.
5. Укажите различия между площадью основания правильной пирамиды и усечённой пирамиды.
6. Решите задачу: дана правильная треугольная пирамида, сторона основания которой равна 6 см, высота пирамиды составляет 8 см. Вычислите объем пирамиды.
7. Задача: основание правильной четырёхугольной пирамиды квадрат со стороной 5 см, а высота пирамиды равна 10 см. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.

Тема 6.5 Боковая и полная поверхность призмы, пирамиды

Вопросы для устного опроса

1. Что такое боковая поверхность призмы?
2. Из каких фигур состоит боковая поверхность прямой призмы?
3. Как вычислить площадь боковой поверхности прямой призмы?
4. Чем отличается формула площади боковой поверхности наклонной призмы от формулы прямой призмы?
5. Дайте определение полной поверхности призмы.
6. Назовите основные элементы призмы, необходимые для расчета её площадей.
7. Приведите формулу площади полной поверхности правильной треугольной призмы.
8. Объясните разницу между площадью основания и площадью боковой грани призмы.
9. Какой вид имеет развертка боковой поверхности призмы?
10. Как изменится площадь боковой поверхности призмы, если увеличить высоту вдвое?

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите общую формулу площади боковой поверхности произвольной призмы.
2. Найдите площадь боковой поверхности прямоугольной призмы со сторонами оснований a и b , высотой h .
3. Докажите, что площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы равна произведению периметра основания на высоту.

4. Постройте правильную четырехугольную призму и обозначьте на рисунке элементы, необходимые для нахождения площади полной поверхности.
5. Вычислите полную поверхность куба со стороной $s=5$ см.
6. Определите изменение площади боковой поверхности квадратной призмы, если основание уменьшится на треть, а высота увеличится вдвое.
7. Чему равна сумма всех боковых граней пятиугольной призмы?
8. Нарисуйте развёртку правильной четырёхугольной призмы и найдите её площадь, если сторона основания равна $a=4$ см, а высота призмы $h=6$ см.
9. Прямоугольная призма с основанием 3×4 см и высотой 5 см имеет объем V . Рассчитайте её полную поверхность.
10. Почему площадь боковой поверхности призмы пропорциональна высоте?

Тема 6.6 Движение в пространстве. Симметрия в пространстве

Вопросы для устного опроса

1. Что такое движение в пространстве?
2. Какие виды движений существуют в геометрии пространства?
3. Как определить центральную симметрию фигуры относительно точки?
4. Приведите пример центральной симметрии тела в реальной жизни.
5. Дайте определение осевой симметрии фигуры относительно прямой линии.

Вопросы для письменного опроса

1. Чем отличается зеркальная симметрия от осевой?
2. Опишите принцип построения зеркально-симметричной фигуры.
3. Назовите основные свойства фигур, обладающих плоскостью симметрии.
4. Какой вид движения описывает поворот вокруг оси вращения?
5. Объясните разницу между параллельным переносом и поворотом пространственных объектов.

Тема 6.7 Правильные многогранники, их свойства

Вопросы для устного опроса

1. Что такое правильный многогранник?
2. Перечислите названия пяти Платоновых тел.
3. Какое свойство объединяет все правильные многогранники?
4. Сколько граней имеет куб?
5. Укажите формулу Эйлера и поясните её смысл.
6. Назовите количество рёбер тетраэдра.
7. Чем отличается додекаэдр от икосаэдра?
8. Какой правильный многогранник является двойственным кубу?
9. Почему невозможен правильный многогранник с гранями-пятиугольниками и числом граней больше 12?
10. Объясните принцип построения октаэдра из двух пирамид.

Вопросы для письменного опроса

1. Нарисуйте тетраэдр и укажите его основные элементы (вершины, рёбра, грани).
2. Заполните таблицу свойств для каждого из пяти Платоновых тел.
3. Докажите равенство числа рёбер куба и октаэдра.
4. Изобразите схему размещения граней в додекаэдре.
5. Опишите геометрическое расположение вершин в икосаэдре.
6. Приведите пример реального объекта, форма которого напоминает правильный многогранник.
7. Вычислите объём правильного тетраэдра со стороной a .
8. Найдите площадь поверхности правильного куба со стороной b .
9. Рассчитайте угол наклона ребра додекаэдра к плоскости основания.
10. Проверьте справедливость формулы Эйлера для октаэдра.

Тема 6.7 Симметрия в профессии. Сечения многогранников в профессиональных задачах

Вопросы для устного опроса

1. Что такое симметрия и почему она важна в профессиональной деятельности?
2. Приведите примеры профессий, где знание свойств симметрии имеет ключевое значение.
3. Как понятие симметрии применяется в инженерии и архитектуре?
4. Объясните связь симметрии с эстетическими аспектами проектирования зданий и сооружений.

5. Какие виды симметрий используются в графическом дизайне и рекламе?
6. Почему важно учитывать симметрию при проектировании логотипов компаний?
7. Назовите известные здания или архитектурные объекты, построенные с использованием принципов симметрии.
8. Приведите пример влияния симметрии на функциональность промышленных изделий.
9. Опишите принципы симметрии в природе и их влияние на научные исследования.
10. Как концепция симметрии используется в искусстве и литературе?

Вопросы для письменного опроса

1. Дайте определение понятия «симметрия».
2. Кратко опишите три основных типа симметрии (осевая, центральная, зеркальная).
3. Приведите пять примеров профессий, где понимание симметрии является важным элементом профессионализма.
4. Нарисуйте схематический чертеж объекта, иллюстрирующего использование симметрии в строительстве.
5. Напишите небольшой рассказ о роли симметрии в вашей будущей профессии.
6. Подготовьте сравнительную таблицу преимуществ и недостатков симметричных решений в инженерных проектах.

7. Составьте перечень известных памятников архитектуры, выполненных с соблюдением принципа симметрии.

Тема 6.9 Цилиндр, его составляющие. Сечение цилиндра

Вопросы для устного опроса

1. Что такое цилиндр?
2. Какие основные элементы имеет цилиндр?
3. Как называется расстояние между основаниями цилиндра?
4. Чем является отрезок, соединяющий соответствующие точки оснований?
5. Какой фигурой являются основания цилиндра?
6. Чему равен диаметр основания цилиндра?
7. Что представляет собой осевое сечение цилиндра?
8. Почему все образующие цилиндра параллельны?
9. Какие свойства характерны для цилиндра?

Вопросы для письменного опроса

1. Дайте определение цилиндру.
2. Перечислите основные элементы цилиндра.
3. Опишите свойства цилиндра.
4. Объясните, почему высота цилиндра равна длине всех образующих.
5. Нарисуйте осевое сечение цилиндра и обозначьте его элементы.
6. Рассчитайте площадь поверхности цилиндра, если известны радиус основания и высота.

7. Докажите, что любое сечение цилиндра плоскостью, параллельной основанию, также является кругом.
8. Найдите объем цилиндра, зная радиус основания и высоту.
9. Приведите пример реального объекта, имеющего форму цилиндра.
10. Сравните понятия «образующая» и «радиус» цилиндра.

Тема 6.10 Конус, его составляющие. Сечение конуса

Вопросы для устного опроса

1. Что такое конус?
2. Из какого геометрического тела образуется конус путём вращения?
3. Как называются основные части конуса?
4. Что представляет собой высота конуса?
5. Чем отличается образующая конуса от высоты?
6. Может ли угол наклона образующей быть прямым углом относительно основания?
7. Какой фигурой ограничено основание конуса?
8. Приведите формулу площади боковой поверхности конуса.
9. Объясните, почему площадь полной поверхности конуса складывается из площадей боковых поверхностей и основания.
10. Назовите единицы измерения объёма конуса.

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите формулы площади боковой и полной поверхности конуса.
2. Дайте определение угла раствора конуса.
3. Нарисуйте схему сечения конуса горизонтальной плоскостью параллельно основанию и поясните её.
4. Чему равен объём конуса, если известны радиус основания и высота?
5. Рассчитайте площадь боковой поверхности конуса, если длина образующей равна 10 см, а радиус основания составляет 6 см.
6. Объясните принцип построения осевого сечения конуса.
7. Почему боковая поверхность конуса разворачивается в сектор круга?
8. Покажите связь между высотой, радиусом и длиной образующей конуса.
9. Найдите объём конуса, если известна площадь основания и высота.

Тема 6.11 Конус, его составляющие. Сечение конуса

Вопросы для устного опроса

1. Что такое усечённый конус?
2. Как образуется усечённый конус?
3. Назовите основные элементы усечённого конуса (верхнее основание, нижнее основание, образующая).
4. Какие свойства имеет усечённый конус?
5. Чем отличается усечённый конус от полного конуса?

Вопросы для письменного опроса

1. Рассчитайте объём усечённого конуса, если известны радиусы оснований ($R=5$ см, $r=3$ см) и высота конуса ($h=8$ см).
2. Определите полную поверхность усечённого конуса, если верхнее основание имеет диаметр $d_1=6$ см, нижнее $d_2=10$ см, а длина образующей равна $l=5$ см. Округлите ответ до целых чисел.
3. Радиусы оснований усечённого конуса равны $R=8$ см и $r=4$ см. Найдите длину образующей, если известно, что угол наклона образующей составляет 45° .
4. Дано два усечённых конуса одинаковой высоты. Радиусы верхнего основания первого конуса составляют половину соответствующих величин второго конуса. Во сколько раз отличаются объёмы этих конусов?

Тема 6.12 Шар и сфера, их сечения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое шар?
2. Что такое сфера?
3. Чем отличается шар от сферы?
4. Какова формула площади сферы?
5. Какова формула объема шара?

Вопросы для письменного опроса

1. Определите объем шара, диаметр которого составляет 12 м.
2. Радиус шара равен 8 см. Найдите площадь поверхности сферы.
3. Дана правильная треугольная пирамида высотой 12 см и стороной основания 10 см. Определите радиус описанной вокруг неё сферы.
4. Два непересекающихся шара имеют диаметры 10 см и 15 см соответственно. Расстояние между центрами шаров равно 25 см. Найдите минимальное расстояние между поверхностями этих шаров.

Тема 6.13 Понятие об объеме тела. Объемы многогранников и тел вращения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое объем геометрического тела?
2. Какое тело называется многогранником?
3. Какие виды многогранников вам известны?
4. Чем отличается призма от пирамиды?
5. Объясните принцип аддитивности объема.
6. Приведите формулу объема прямоугольного параллелепипеда.
7. Назовите основные типы тел вращения.
8. Дайте определение цилиндра и конуса.
9. Формула объема шара известна?

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите общую формулу объема произвольного многоугольника с высотой h .

2. Выведите формулу объема правильной треугольной пирамиды.
3. Найдите объем усеченной пирамиды, если площади оснований равны S_1 и S_2 , высота равна H .
4. Определите объем прямого кругового цилиндра диаметром основания $d=10$ см и высотой $h=15$ см.
5. Найти объем шара, диаметр которого равен $D=2R=12$ см.
6. Вычислить объем прямой четырехугольной призмы, если сторона основания равна $a=3$ м, высота равна $h=5$ м.

Тема 6.14 Объемы и площади поверхностей подобных тел

Вопросы для устного опроса

1. Что такое объем тела?
2. Как вычисляется площадь поверхности куба?
3. Объясните понятие подобия геометрических фигур.
4. Почему объемы подобных тел относятся друг к другу как кубы коэффициентов подобия?
5. Приведите формулу объема шара.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите объем цилиндра высотой $h=8$ см и диаметром основания $d=6$ см.
2. Даны две подобные пирамиды с коэффициентами подобия $k=3$. Первая имеет высоту $H_1=12$ см, найдите высоту второй пирамиды.
3. Вычислите площадь полной поверхности конуса с образующей длиной $l=10$ см и радиусом основания $r=6$ см.

4. Куб и шар вписаны друг в друга. Сторона куба равна a . Найти отношение объемов куба и шара.

Тема 6.15 Комбинации многогранников и тел вращения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое комбинация многогранника и тела вращения?
2. Какие основные свойства имеет сфера вписанная в куб?
3. Как называется тело, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг катета?
4. Можно ли назвать сферу выпуклым телом? Почему?
5. Какой тип поверхности образуется при пересечении сферы и цилиндра?
6. Приведите пример комбинации двух правильных многогранников.
7. Чем отличается цилиндр от конуса?

Вопросы для письменного опроса

1. Нарисуйте правильную четырёхугольную пирамиду, вписанную в шар.
2. Начертите разрез правильной призмы, сделанный горизонтальной плоскостью.
3. Выполните рисунок прямого кругового цилиндра, содержащего куб, в нём же нарисуйте осевое сечение.
4. Найдите объём цилиндра, диаметр которого равен диаметру вписанного в него шара.

5. Напишите выражение для высоты конуса, вписанного в правильный тетраэдр.

Тема 6.16 Комбинации многогранников и тел вращения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое комбинация геометрических тел?
2. Приведи пример комбинации двух простых геометрических фигур.
3. Как называются точки пересечения поверхностей разных тел?
4. Какие виды соединений тел существуют?
5. Назовите основные методы построения комбинаций тел.
6. Чем отличается сумма объемов тел от объема объединенной фигуры?
7. Опиши, как изменяется площадь поверхности тела при пересечении плоскостью другого тела.
8. Почему важно учитывать особенности сечения тел при построении их комбинаций?
9. Расскажи, как определить объем комбинированной фигуры.
10. Какой вид имеет поперечное сечение куба и цилиндра, соединенных вместе?

Вопросы для письменного опроса

1. Изобрази два пересекающихся шара и определи точку их касания.

2. Найти объем фигуры, образованной вращением прямоугольника вокруг одной стороны.
3. Нарисуй фигуру, образованную пересечением трех перпендикулярных круглых цилиндров одинакового диаметра.
4. Объясни словами и нарисуй, как образуется тело вращения треугольника вокруг своей оси симметрии.
5. Реши задачу: дан параллелепипед длиной 10 см, шириной 5 см и высотой 3 см. Внутри находится шар диаметром 3 см. Определите общий объем пространства внутри параллелепипеда, занятого телом.

Тема 6.17 Решение задач. Многогранники и тела вращения

Вопросы для устного опроса

1. Что такое многогранник?
2. Дайте определение правильного многогранника.
3. Перечислите пять правильных многогранников (Платоновы тела).
4. Какие существуют виды пирамид и призм?
5. Как определить число вершин, рёбер и граней у многогранника?
6. Что называется гранью, ребром и вершиной многогранника?
7. Опишите свойства параллелепипеда.
8. Какой многогранник называют тетраэдром?
9. Приведите формулы площади поверхности куба и объема правильной треугольной пирамиды.
10. Объясните принцип вычисления объёма любого многогранника.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите объем цилиндра высотой $h=8\text{см}$ и диаметром основания $d=6\text{см}$.
2. Даны две подобные пирамиды с коэффициентами подобия $k=3$. Первая имеет высоту $H_1=12\text{см}$, найдите высоту второй пирамиды.
3. Вычислите площадь полной поверхности конуса с образующей длиной $l=10\text{см}$ и радиусом основания $r=6\text{см}$.
4. Куб и шар вписаны друг в друга. Сторона куба равна a . Найдите отношение объемов куба и шара.
5. Решите задачу: дан параллелепипед длиной 10 см , шириной 5 см и высотой 3 см . Внутри находится шар диаметром 3 см . Определите общий объем пространства внутри параллелепипеда, занятого телом.

Раздел 7 Первообразная функции, ее применение

Тема 7.1 Первообразная функции

Вопросы для устного опроса

1. Что такое первообразная функции?
2. Как обозначается семейство всех первообразных функции?
3. Какие основные правила интегрирования существуют?
4. Почему любые две первообразные одной функции различаются на постоянную величину?
5. Чем отличается дифференциал от интеграла?

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите первообразную функции $(f)(x) = x^3$.
2. Найдите первообразную функции $(f)(x) = \sin x$.
3. Найдите первообразную функции $(f)(x) = 2\cos x$.
4. Найдите первообразную функции $(f)(x) = 3x^6$.

Тема 7.2 Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона – Лейбница

Вопросы для устного опроса

1. Что такое криволинейная трапеция?
2. Назовите формулу вычисления площади криволинейной трапеции.
3. Каково условие применимости формулы Ньютона-Лейбница?
4. Объясните понятие первообразной функции.
5. Чем отличается площадь криволинейной фигуры от обычной геометрической фигуры?

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите общую формулу для нахождения площади криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции $y=f(x)$, осью абсцисс и прямыми $x=a$ и $x=b$.
2. Вычислите площадь криволинейной трапеции, образованной графиком функции $y = x^2$, осью абсцисс и вертикалями $x=0$ и $x=2$.

3. Найдите площадь фигуры, ограниченную линиями $y=\sin x$, $y=0$, $x=0$ и $x=\pi$.
4. Почему нельзя применить формулу Ньютона-Лейбница для функций, имеющих разрыв на рассматриваемом интервале?
5. Нарисуйте пример криволинейной трапеции и укажите границы интегрирования.

Тема 7.3 Определенный интеграл в профессиональной деятельности и жизни

Вопросы для устного опроса

1. Что такое определенный интеграл?
2. Каково геометрическое толкование определенного интеграла?
3. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
4. Какие свойства имеет определенный интеграл?
5. Приведите пример приложения определенного интеграла в физике.
6. Почему важна непрерывность функции при вычислении определенных интегралов?
7. Чем отличается неопределённый интеграл от определённого?
8. Назовите основные методы интегрирования функций.
9. Для чего используется замена переменных при вычислении определённых интегралов?
10. Какое значение играет формула Тейлора при приближённом вычислении интегралов?

Вопросы для письменного опроса

1. Объясните роль определенного интеграла в инженерии, экономике и медицине.
2. Приведите конкретные примеры задач из реальной жизни, решаемых с использованием определенного интеграла.
3. Опишите процесс нахождения площади участка земли сложной формы методом численного интегрирования.
4. Проанализируйте применение определенного интеграла в финансовых расчётах (например, определение дохода или прибыли).
5. Какие трудности возникают при оценке объёма вещества или материала с помощью определённого интеграла?

Тема 7.4 Решение задач на нахождение первообразной и ее применение

Вопросы для устного опроса

1. Что такое производная функции?
2. Как вычислить производную постоянной функции?
3. Какие существуют правила дифференцирования суммы, произведения и частного
4. Чем отличаются максимальные и минимальные значения функции?
5. Что значит выпуклость вверх и вниз графика функции?
6. Объясните понятие асимптоты функции.
7. Приведите пример нахождения экстремума функции методом первой производной.
8. Дайте определение первообразной функции.

9. Почему говорят, что первообразная определяется с точностью до константы?
10. Опишите формулу Ньютона-Лейбница.
11. Можно ли утверждать, что каждая непрерывная функция имеет первообразную?
12. Чем отличается график первообразной функции от самой функции?
13. Как связаны производная и первообразная одной и той же функции?
14. Применяйте правило замены переменной в интеграле.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите первообразную функции $(f)(x) = x^3$.
2. Найдите первообразную функции $(f)(x) = \sin x$.
3. Найдите производную функции $(f)(x) = x^3 * 2\cos x$.
4. Найдите производную функции $(f)(x) = 3x^6/5\cos x$.

Раздел 8 Теория вероятностей и статистика

Тема 8.1 Представление данных и описательная статистика

Вопросы для устного опроса

1. Что такое представление данных?
2. Какие основные типы графического представления данных существуют?
3. Объясните понятие средней величины выборки.
4. Как вычисляется дисперсия и стандартное отклонение?

5. Приведите пример нормального распределения и поясните его свойства.
6. Для чего используется гистограмма и столбчатая диаграмма?
7. Назовите основные меры центральной тенденции и разброса.
8. Как определить асимметрию и эксцесс распределений?
9. Дайте определение корреляционного анализа и его целей.

Вопросы для письменного опроса

1. Определите среднее арифметическое, медиану и моду следующей выборки чисел: 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12.
2. Рассчитайте дисперсию и стандартное отклонение для выборки {3, 5, 7, 9, 11}.
3. Найдите первый и третий квартили выборки: 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55.
4. Какой показатель характеризует степень отклонения формы распределения от симметричного вида?
5. Укажите основное отличие кумулятивной частоты от относительной частоты.

Тема 8.2 Составление таблиц и диаграмм на практике

Вопросы для устного опроса

1. Что такое статистика?
2. Какие основные типы статистической информации существуют?
3. Каковы цели сбора статистических данных?
4. Назовите основные этапы анализа данных.

5. Для чего нужны таблицы и диаграммы в статистике?

Вопросы для письменного опроса

1. Написать короткое определение следующим понятиям:

Статистический показатель

Группировка данных

Диаграмма рассеяния

Среднее арифметическое значение

Квартили выборки

2. Решите следующую задачу: Вы собрали данные о количестве студентов разных факультетов университета:

Факультет	Количество студентов
Физики	120
Химии	80
Биологии	150
Информатики	100

Постройте соответствующую таблицу распределения частот и постройте подходящий график (столбчатую диаграмму).

3. Даны данные о продажах товаров магазина за неделю (продажи в рублях):

День	Продажи
Пн	15000
Вт	18000
Ср	17000
Чт	20000
Пт	22000
Сб	25000
Вс	23000

Определите средний дневной объем продаж и постройте соответствующий график, отражающий динамику продаж за неделю.

Тема 8.3 Представление данных и описательная статистика

Вопросы для устного опроса

1. Что такое сумма событий?

2. Какое событие называется дополнением другого события?
3. Какие события называются совместимыми?
4. Чем отличается вероятность объединения событий от вероятности пересечения событий?
5. Объясните формулу условной вероятности.
6. Приведите пример несовместимых событий.

Вопросы для письменного опроса

1. Пусть события A и B заданы следующим образом: $A = \{\text{«Монета упала гербом вверх дважды»}\}$, $B = \{\text{«При броске игральнoго кубика выбрано чётное число очков»}\}$. Запишите сумму, произведение и разность этих событий.
2. Найдите вероятность появления двойки или семёрки при одном бросании игральной кости.
3. Даны два события: $A = \{\text{«Из колоды карт вынута дама»}\}$, $B = \{\text{«Из колоды карт вынут красный туз»}\}$. Вычислите вероятность каждого события отдельно и найдите вероятность их произведения и суммы.
4. Студент сдаёт экзамен по математике. Известно, что вероятность успешной сдачи экзамена равна 0,8. Чему равна вероятность неудачи?
5. Рассчитайте вероятность вытащить две красные карты подряд из стандартной колоды (без возвращения первой вытянутой карты обратно).
6. Решите следующую задачу: Игральный кубик бросили три раза. Найти вероятность того, что среди трёх результатов окажется ровно одна шестёрка.

Тема 8.4 Элементы комбинаторики

Вопросы для устного опроса

1. Что такое факториал числа?
2. Как вычисляется число перестановок из n элементов?
3. Дайте определение сочетанию из n по k .
4. Чем отличаются сочетания от размещений?
5. Запишите формулу для нахождения числа размещений из n по k .

Вопросы для письменного опроса

1. Приведите пример практической задачи, решаемой с использованием формул комбинаторики.
2. Объясните разницу между перестановками и сочетаниями.
3. Назовите основные правила умножения и сложения в комбинаторике.
4. Какие бывают виды комбинаций (упорядоченные, неупорядоченные)?
5. Когда используется правило суммы, а когда правило произведения?

Тема 8.5 Вероятность в профессиональных задачах

Вопросы для устного опроса

1. Что такое вероятность случайного события?

2. Какое событие называется невозможным событием? Приведите пример профессионального контекста.
3. Какие существуют основные методы вычисления вероятности?
4. Чем отличаются абсолютная частота и относительная частота события?
5. Объясните понятие статистической устойчивости частоты появления события.
6. Дайте определение условной вероятности события.

Вопросы для письменного опроса

1. Почему важно учитывать вероятность событий в профессиональной деятельности?
2. Какие виды рисков учитывают менеджеры проектов при принятии решений?
3. Рассчитайте вероятность успеха проекта при заданных условиях.
4. Опишите процесс оценки риска инвестиционного проекта с использованием понятий вероятности.
5. Расскажите, каким образом использование статистики помогает минимизировать риск неудачи в бизнес-проектах.
6. Как оценивается эффективность решения, если известны вероятности исходов?

Тема 8.6 Случайные величины и распределения. Математическое ожидание случайной величины

Вопросы для устного опроса

1. Дайте определение случайной величины. Приведите пример непрерывной и дискретной случайной величины.
2. Что такое распределение случайной величины?
3. Какое различие между плотностью вероятности и функцией распределения?
4. Какие свойства должна иметь функция распределения случайной величины?
5. Перечислите основные виды распределений случайных величин и приведите примеры каждого вида.
6. Объясните понятие математического ожидания случайной величины. Почему оно важно?
7. Покажите формулу вычисления математического ожидания для дискретной и непрерывной случайных величин.
8. Что означает дисперсия случайной величины? Запишите её формулу.

Вопросы для письменного опроса

1. Известно, что случайная величина подчиняется биномиальному закону с параметрами (n, p) . Напишите формулу для её математического ожидания.

2. Из колоды карт вытаскиваются карты подряд друг за другом, пока не появится туз пик. Сколько примерно попыток потребуется сделать в среднем?
3. Оцените вероятность того, что сумма двух случайных чисел, каждое из которых независимо выбрано из равномерного распределения на интервале $[0,1]$, превысит число 11.
4. Пусть случайная величина X принимает значения $\{1,2,3\}$. Найдите её математическое ожидание.

Тема 8.7 Закон больших чисел Непрерывные случайные величины (распределения). Нормальное распределение

Вопросы для устного опроса

1. Что такое непрерывная случайная величина?
2. Какие основные характеристики непрерывной случайной величины?
3. Приведите пример непрерывной случайной величины.
4. Что такое нормальное распределение?
5. Свойства нормального распределения.

Вопросы для письменного опроса

1. Где применяется нормальное распределение?
2. Для чего используется нормализация данных?
3. Методы оценки параметров нормального распределения.

Тема 8.8 Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Вопросы для устного опроса

1. Что такое факториал числа?
2. Как вычисляется число перестановок из n элементов?
3. Дайте определение сочетанию из n по k .
4. Чем отличаются сочетания от размещений?
5. Запишите формулу для нахождения числа размещений из n по k .
6. Приведите пример практической задачи, решаемой с использованием формул комбинаторики.
7. Объясните разницу между перестановками и сочетаниями.
8. Назовите основные правила умножения и сложения в комбинаторике.
9. Какие бывают виды комбинаций (упорядоченные, неупорядоченные)?
10. Когда используется правило суммы, а когда правило произведения?

Вопросы для письменного опроса

1. Из 25 экзаменационных билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?
2. Антон и Игорь бросают белый и черный игральные кубики и подсчитывают сумму выпавших очков. Они договорились, что если при очередном бросании в сумме выпадет 8 очков, то

выигрывает Антон, а если в сумме выпадет 7 очков, то выигрывает Игорь. Можно ли считать, что шансы выиграть в этой игре у мальчиков одинаковы?

3. Для новогодней лотереи отпечатали 1500 билетов, из которых 120 выигрышных. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?
4. В коробке лежит 10 шаров, из них 5 черных, 2 белых, остальные – красные. Какова вероятность вытащить черный шар? Вытащить не красный шар? Вытащить красный шар?
5. В коробке 7 красных и 5 синих карандашей. Наудачу взяли три карандаша. Найти вероятность того, что среди выбранных карандашей – ровно 2 красных и 1 синий.

Раздел 9 Математический практикум

Тема 9.1 Матрицы и определители

Вопросы для устного опроса

1. Что такое матрица?
2. Как определяется размер матрицы?
3. Какие бывают виды матриц (квадратная, диагональная, единичная)?
4. Что называется нулевой матрицей?
5. Дайте определение транспонированной матрицы.
6. Что значит умножение матрицы на число?
7. Перечислите основные операции над матрицами.
8. Как вычисляется сумма двух матриц?

9. Как выполняется произведение двух матриц?
10. Назовите условия существования произведения матриц.

Вопросы для письменного опроса

1. Найдите сумму и разность матриц $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$
2. Выполните операцию умножения матрицы на скаляр $A = \begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \alpha = 3$.
3. Вычислите произведение матриц AB , если $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}$ ($A =$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$)
4. Приведите пример квадратных матриц второго порядка и найдите их произведение.

Тема 9.2 Элементы векторной алгебры

Вопросы для устного опроса

1. Что такое вектор?
2. Как обозначаются векторы?
3. Чем отличаются направленные отрезки и свободные векторы?
4. Какие виды координат существуют у вектора?
5. Дайте определение нулевого вектора.
6. Назовите свойства коллинеарных векторов.
7. Объясните понятие компланарных векторов.

8. Приведите пример ортогональности двух векторов.
9. Когда говорят, что векторы линейно зависимы?
10. Дайте определение базиса пространства.

Вопросы для письменного опроса

1. Решите типовую задачу нахождения расстояния от точки до прямой в пространстве.
2. Объясните метод решения задачи на расчет момента силы относительно оси вращения.
3. Используя методы векторной алгебры, решите задачу на параллельность плоскостей.
4. Применяя теорему о разложении вектора по трем некомпланарным направлениям, найдите компоненты произвольного вектора в указанном базисе.

Тема 9.3 Комплексные числа

Вопросы для устного опроса

1. Что такое комплексное число?
2. Какова форма записи комплексного числа?
3. Какие компоненты входят в состав комплексного числа?
4. Дайте определение мнимой единицы.
5. Чем отличается действительная часть от мнимой части комплексного числа?
6. Назовите модуль комплексного числа и поясните, как его вычислить.
7. Объясните понятие аргумента комплексного числа.

8. Приведите формулу Эйлера и её значение.
9. Перечислите основные операции над комплексными числами.

Вопросы для письменного опроса

1. Запишите комплексное число в алгебраической форме, если дано $\operatorname{Re}(z)=3$, $\operatorname{Im}(z)=-4$.
2. Найдите сумму двух комплексных чисел $z_1=2+3i$ и $z_2=-1+i$.
3. Вычислите произведение комплексных чисел $z_1=1-i$ и $z_2=2+3i$.
4. Представьте комплексное число $z=1+3\cdot i$ в тригонометрической форме.
5. Решите уравнение $x^2 + 2z + 5 = 0$.

Тема 9.4 Графы

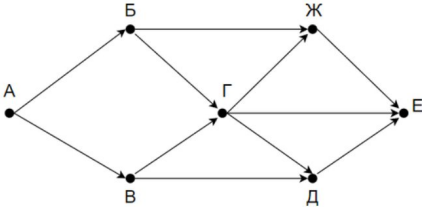
Вопросы для устного опроса

1. Что такое граф?
2. Какие виды графов бывают?
3. Чем отличается ориентированный граф от неориентированного?
4. Как называется вершина графа, имеющая степень ноль?
5. Что значит сказать, что две вершины соединены ребром?

Вопросы для письменного опроса

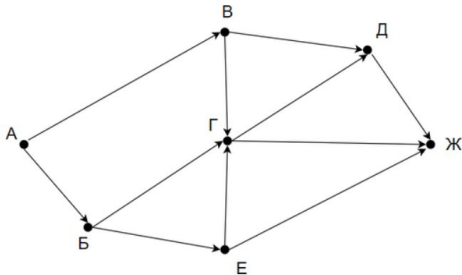
Задание 1

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Е?



Задание 2

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



Задание 3

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

	А	В	С	Д	Е
А		2		1	
В	2		3	3	
С		3		3	2
Д	1	3	3		
Е			2		

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и Е. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

Задание 4

Геральт спешит выручить Цири из плена Кагыра. В таблице указана протяжённость дорог между пунктами, через которые он может пройти. Укажите длину самого короткого участка кратчайшего пути от Геральта до Цири (от точки И до точки М). Передвигаться можно только по дорогам, указанным в таблице:

	А	Б	В	Г	И	М
А			1		1	
Б			2		1	3
В	1	2				
Г					6	1
И	1	1		6		8
М		3		1	8	

Тема 9.5 Логические операции с множествами

Вопросы для устного опроса

1. Что такое множество?
2. Как обозначается принадлежность элемента множеству?
3. Дайте определение объединения двух множеств.
4. Объясните понятие пересечения множеств.
5. Приведите формулу вычисления дополнения множества относительно универсального множества.
6. Чем отличается симметричная разность от обычной разности множеств?
7. Опишите принцип построения диаграммы Венна.
8. Назовите свойства операций над множествами (коммутативность, ассоциативность).
9. Какое свойство называют дистрибутивностью и почему оно важно?

Вопросы для письменного опроса

1. Дано: $A=1, B=0$. Определите истинно или ложно данное высказывание.
 $(A \wedge B) \vee B$
2. Дано: $A=1, B=0, C=1$. Определите истинно или ложно данное высказывание.
 $((A \vee B) \wedge B) \rightarrow \neg \bar{C}$
3. Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание:
 $\neg (X < 9) \text{ ИЛИ } (X < 5)?$
 1) 12 2) 2 3) 9 4) 5
4. Дано: $A=1, B=0$. Определите истинно или ложно данное высказывание.
 $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B)$
5. Для какого из приведенных ниже значений числа M истинно следующее выражение?
 $\overline{(M > 10)} \wedge (M > 13)$
 1) 1 2) 12 3) 3 4) 14
6. Дано: $\bar{A}=1, B=0, C=1$. Определите истинно или ложно данное высказывание.
 $((A \vee B \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B)) \rightarrow C$

Критерии оценивания устного опроса:

Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях.

Критерии оценивания:

- 1) полнота и правильность ответа;
- 2) степень осознанности, понимания изученного;

3) языковое оформление ответа.

Оценка **«отлично»** ставится, если студент полно излагает материал (отвечает на вопрос), дает правильное определение основных понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, привести необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения нормального литературного языка.

Оценка **«хорошо»** ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1–2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1–2 недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировок; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится, если студент обнаруживает незнание большей части соответствующего вопроса, допускает ошибки в формулировке определений, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

Письменный опрос

1. Описание

Письменный опрос проводится с целью контроля усвоенных

умений и знаний и последующего анализа типичных ошибок и затруднений обучающихся.

На проведение опроса отводится 10-15 минут.

При работе обучающийся может использовать следующие источники: *лекционная тетрадь*.

2. Критерии оценки письменных ответов

Оценка **«отлично»** ставится, если в работе дан полный, развернутый ответ на поставленные вопросы. Изложение знаний в письменной форме полное, системное в соответствии с требованиями учебной программы. Знание об объекте демонстрируется на фоне понимания его в системе данной науки и междисциплинарных связей. Ответ изложен литературным языком с использованием научной терминологии.

Оценка **«хорошо»** ставится, если в работе дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки. Имеющиеся у обучающегося знания соответствуют минимальному объему содержания предметной подготовки. Изложение знаний в письменной форме полное, системное в соответствии с требованиями учебной программы. Возможны несущественные ошибки в формулировках. Ответ логичен, изложен литературным языком с использованием научной терминологии.

Оценка **«удовлетворительно»** ставится, если дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Оформление требует поправок, коррекции.

Оценка **«неудовлетворительно»** ставится, если дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками в определениях. Изложение неграмотно, допущены существенные ошибки. Отсутствует интерес, стремление к добросовестному и качественному выполнению учебных заданий.

Примеры аудиторных задач

Производная и первообразная функции

Определение производной функции

Найдите производную функции $(f)(x) = x^3 + 2x$.

Многогранники

Определение параметров объема фигуры

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, стороны которого равны 5 см, 8 см и 12 см.

Теория вероятностей

Определение параметров вероятности события

Из 25 экзаменационных билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое

знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить

варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Приложение 2

Инструкционная карта к практическому занятию №1

Тема: «Числа и вычисления»

Цель занятия: Формирование умения выполнять операции с действительными числами, находить приближенные значения величин, оценивать степень точности вычислений.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Варианты заданий:

Часть I. Простые вычисления и преобразования.

1. Найдите значение выражения:

$$\frac{3}{4} * \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) + 1,5$$

2. Вычислите приближенно длину окружности диаметра $d=6,2$ см, считая $\pi \approx 3,14$.
3. Округлите число 0,0031570,003157 до тысячных долей.
4. Чему равна сумма положительных корней уравнения $x^2 - 5x + 6 = 0$?
5. Из двух чисел одно больше другого на 20%. Их сумма равна 120. Найдите оба числа.

Часть II. Действия с обыкновенными и десятичными дробями.

1. Преобразуйте неправильную дробь $\frac{17}{5}$ в смешанное число.
2. Представьте периодическую дробь $0,(3)$ в виде обыкновенной дроби.
3. Сравните два числа: $-\frac{2}{3}$ и $-\frac{3}{4}$. Какие из них меньше?
4. Найдите произведение десятичных дробей 0,25 и 0,4.
5. Во сколько раз число 0,005 меньше числа 50?

Часть III. Процентные соотношения и пропорций.

1. Банк начисляет 8% годовых на вклад размером 50 000 руб. Какую сумму получит клиент через год?
2. Масса тела уменьшилась на 15% и стала равной 68 кг. Какой была масса первоначально?
3. Товар стоил 1 200 руб., его цену увеличили на 10%, а потом ещё снизили на 10%. Определите новую цену товара.
4. За какое количество месяцев сумма вклада увеличится вдвое, если ежегодно банк выплачивает 10% прибыли?
5. Проверьте утверждение: удвоение величины сопровождается увеличением процента на 100%.

Инструкционная карта к практическому занятию №2

Тема: «Тождества и тождественные преобразования Уравнения, неравенства и их системы»

Цель занятия: Закрепить умения и навыки решения тождеств и тождественных преобразований.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их

значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Вариант I

1. $15^{3x} \neq 3375$

2. $5^x + 5^{2+x} \neq 26$

3. $\log_{0,2}(x - 5) \neq 2$ Equation.3

4. $\log_3(5 - 4x) < \log_3(x - 1)$ Equation.3

5. $\log_5(x^2 + 2x + 2) < 1$ Equation.3

6. $(x + 2)(x - 3) > 0$;

7. $(x + 1)(2x - 8)(3x + 6) < 0$.

Вариант II

1. $7^{3x} \neq 343$

2. $7^x + 5^{x+2} \neq 3 - 450$

3. $\log_3(7 - x) > 1$ Equation.3

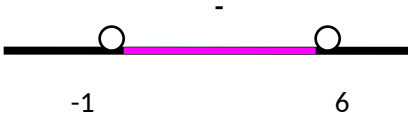
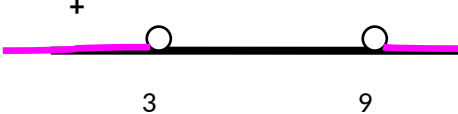
4. $\log_{0,3}(2x + 5)^3 \neq \log_{0,3}(x + 1)$ Equation.3

5. $\log_3(x^2 + 7x - 5) > 1$ Equation.3

6. $(x - 1)(x + 4) < 0$;

7. $(x - 2)(4x + 4)(2x - 6) > 0$.

I вариант	II вариант
8. Определите нули левой части неравенства $2(x-5)(2x+1) > 0$.	8. Определите нули левой части неравенства $4(x+6)(6x-3) < 0$.
9. Разложите на множители левую часть неравенства $(x^2 - 4)(x + 6) < 0$	9. Разложите на множители левую часть неравенства $(x^2 - 4x + 4)(x -$

	1) < 0 .
10. Выберите неравенство, решением которого является данный промежуток  1) $(x + 1)(x - 6) < 0$; 2) $(x + 1)(x - 6) > 0$; 3) $(x - 1)(x + 6) < 0$; 4) $(x - 1)(x + 6) > 0$.	10. Выберите неравенство, решением которого является данный промежуток  1) $(x + 3)(x + 9) < 0$; 2) $(x - 3)(x - 9) > 0$; 3) $(x - 3)(x - 9) < 0$; 4) $(x + 3)(x + 9) > 0$.
11. Решите неравенство $\frac{(x - 1)(5 + x)}{(x - 9)} \geq 0$	11. Решите неравенство $\frac{(x + 4)(x - 3)}{(x + 5)} \leq 0$
12. Найдите наибольшее целое отрицательное значение x, удовлетворяющее неравенству $x^2 + 2x - 3 > 0$.	12. Найдите наибольшее целое положительное значение x, удовлетворяющее неравенству $x^2 - 5x + 4 < 0$.

Инструкционная карта к практическому занятию №3

Тема: «Процентные вычисления в профессиональных задачах»

Цель занятия: Закрепить умение применять процентные вычисления в профессиональных задачах процентов.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного

материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

1. В двух канистрах находится 90 л бензина. Если из первой канистры перелить во вторую 10% бензина, находящегося в первой канистре, то в обеих канистрах станет поровну. Вычислите, сколько литров бензина было в каждой канистре.
2. Кровельный материал необходимо приобретать с расчетом на «нахлест», составляющий 2% от общей площади. Найдите,

сколько листов кровельного материала понадобится для кровли крыши гаража площадью 120 м^2 , если 1 лист имеет площадь $2,5 \text{ м}^2$.

3. Из 4000 тонн нефти получили 30% керосина. Найдите, сколько тонн керосина получилось.

4. На «Газпром» приходится 20% мировой и 80% российской добычи газа. В 2006 году входящие в состав холдинга предприятия добыли 556 миллиардов голубого топлива. Сделайте оценку объемов мировой добычи газа и количества газа добываемого в России.

5. Для приготовления асфальта берётся 43,06% щебня, 40,19% песка дроблёного, 4,78 % песка природного, 4,31% битума, 7,66% минерального порошка. Вычислите, сколько нужно взять каждого вещества, чтобы сварить 15 тонн асфальта.

6. Машинистка должна была выполнить работу в определенный срок, ежедневно печатая определенное количество листов. Она рассчитала, что если будет печатать ежедневно на 2 листа больше установленной нормы, то окончит работу раньше намеченного срока на 2 дня, если же будет печатать на 60% больше нормы, то закончив работу на 4 дня раньше срока, напечатает на 8 листов больше намеченной работы. Найдите, сколько листов она должна была печатать в день и в какой срок окончить работу.

7. В цехе предприятия установлено 18 станков. Режим работы цеха двусменный, продолжительность смены – 8 ч. Годовой объем выпуска продукции – 140 тыс. изделий, производственная мощность цеха – 160 тыс.изделий. В первую смену работают все станки, во вторую – 50% всего станочного парка. Количество рабочих дней в году – 260, время фактической работы станка – 4000 ч в год. Определите коэффициент сменности, коэффициенты экстенсивной, интенсивной и интегральной нагрузки оборудования цеха.

8. Советская промышленность за годы войны изготовила около 30 тыс. боевых машин «Катюша». В ходе Берлинской операции было задействовано 5 % этих машин. Определите, сколько «Катюш» участвовало в Берлинской операции.
9. Немецкое командование на курской дуге бросило в бой до 2770 танков. С нашей стороны их ждали 3500 танков. Около 70% наших танков составляли Т-34. Определите, сколько Т-34 участвовали в битве.
10. В ходе оборонительного сражения на Курской дуге советские летчики потеряли 480 самолетов, что составляло 30% потери немцев. Вычислите, чему равна общая потеря самолетов.

Инструкционная карта к практическому занятию №4

Тема: «Последовательности и прогрессии»

Цель занятия: Изучение понятия последовательности и прогрессии.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;

Теоретическая часть

Последовательность – это ряд чисел, который подчиняется определенному правилу. Если каждое последующее больше (или же меньше) предыдущего на определенное число, то это **арифметическая прогрессия**

Если числа отличаются во сколько-то раз, то такой ряд – **геометрическая прогрессия**.

Числа в геометрической прогрессии можно получить умножением (или делением) на одно и то же число, называемое **знаменателем прогрессии**.

Члены геометрической прогрессии обозначают обычно буквой b с индексом, указывающим на номер элемента в ряду. А знаменатель обозначают буквой q . Тогда, зная первый член прогрессии и знаменатель, можно найти

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

формула нахождения n -ного члена прогрессии.

$$S_n = b_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Формула нескольких членов прогрессии

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$

Или еще можно использовать такую:

Свойства: $b_1 b_n = b_2 b_{n-1} = \dots = b_{k+1} b_{n-k} \quad |b_n| = \sqrt{b_{n-1} b_{n+1}}$

Пример 1.

Геометрическая прогрессия задана условиями: $b_1 = 3$, $b_{n+1} = 3b_n$. Найдите b_8 .

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = 3$$

Сначала определим знаменатель прогрессии:

Теперь можем определить и восьмой член:

$$b_n = b_1 q^{n-1} = 3 \times 3^7 = 6561$$

Пример 2. Дана геометрическая прогрессия, знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

$$S_6 = b_1 \frac{1-q^6}{1-q} = -\frac{3}{4} \frac{1-2^6}{1-2} = 47,25$$

Воспользуемся формулой суммы:

Ответ: 47,25

Пример 3. В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 40, а сумма второго и третьего членов равна 120. Найдите первые три члена этой прогрессии.

Дано следующее: $b_1 + b_2 = 40$; $b_2 + b_3 = 120$

Запишем условие, применяя формулу n-ного члена:

$$b_1 + b_1 q = 40$$

$$b_1 q + b_1 q^2 = 120$$

Во втором уравнении вынесем за скобку q : $q(b_1 + b_1 q) = 120$

Оказывается, можно заменить выражение в скобках, воспользовавшись первым уравнением, и это позволит найти знаменатель прогрессии:

$$q(40) = 120 \quad q = 3$$

Тогда из первого уравнения $4b_1 = 40$, $b_1 = 10$. Отсюда легко найти остальные члены: $b_2 = 30$, $b_3 = 90$.

Ответ: 10, 30, 90.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

1. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии, если первый член равен $a_1=3$, а разность равна $d=2$.
2. Дана арифметическая прогрессия: $8, 12, 16, \dots$. Определите её девятый член.
3. Какова сумма первых пяти членов геометрической прогрессии, если первый член равен $b_1=2$, а знаменатель равен $q=3$?
4. Укажите шестой член геометрической прогрессии, заданной числами: $2, 6, 18, \dots$.

Инструкционная карта к практическому занятию №5

Тема: «Решение показательных уравнений»

Цель занятия: закрепить навыки решения показательных и логарифмических уравнений.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;

Теоретическая часть

1. Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

2. Решение уравнений

- 1) Если показательное уравнение сводится к виду $a^x = a^b$
(1)
где $a > 0$ и $a \neq 1$, то оно имеет единственный корень $x = b$.
- 2) Иногда, чтобы привести показательное уравнение к виду (1), необходимо в левой части уравнения вынести за скобки общий множитель a^x , например:

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b, \quad a^x \cdot a - \frac{1}{a} = b \quad \text{и т. д.} \quad \text{Equation.3}$$

Или разделить обе части уравнения на выражение, не равное нулю, например:

$$a^x = b^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \quad \text{и т. д.}$$

3) некоторые показательные уравнения заменой $a^x = t$ сводится к квадратным. Надо помнить, что $t > 0$, так как показательная функция не может принимать отрицательные значения.

Методические рекомендации по выполнению практической работы – конспект лекций.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

1 вариант

Решить следующие уравнения

1) $4^{x+3} + 4^x = 260;$

$$2) \frac{2^{x^2-5}}{2^0} = \frac{2^{x^2-5}}{2^0};$$

$$3) \frac{2^x + 10}{4} = \frac{9}{2^x - 2};$$

$$4) 36^x - 2 \cdot 18^x = 8 \cdot 9^x;$$

2 вариант

Решить следующие уравнения

$$1) 9^x - 7 \cdot 3^x = -12;$$

$$2) \frac{2^{x^2-5}}{2^0} = \frac{2^{x^2-5}}{2^0};$$

$$3) \frac{4^x + 10}{4} = \frac{9}{4^x - 2};$$

$$4) 81^x - 2 \cdot 9^x = 8 \cdot 3^x;$$

Инструкционная карта к практическому занятию №6

Тема: «Решение логарифмических уравнений»

Цель занятия: закрепить навыки решения показательных и логарифмических уравнений.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;

2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;

Теоретическая часть

1. Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

2. Решение уравнений

1) Если показательное уравнение сводится к виду $a^x = a^b$ (1)

где $a > 0$ и $a \neq 1$, то оно имеет единственный корень $x = b$.

2) Иногда, чтобы привести показательное уравнение к виду (1), необходимо в левой части уравнения вынести за скобки общий множитель a^x , например:

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b, \quad a^x \left(\frac{a^2}{a} - \frac{1}{a} \right) = b \quad \text{и т. д.} \quad \text{Equation.3}$$

Или разделить обе части уравнения на выражение, не равное нулю, например:

$$a^x = b^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a^{x-1}}{b^{x-1}} = 1 \quad \text{и т. д.}$$

3) некоторые показательные уравнения заменой $a^x = t$ сводится к квадратным. Надо помнить, что $t > 0$, так как показательная функция не может принимать отрицательные значения.

Методические рекомендации по выполнению практической работы – конспект лекций.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной

деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

1 вариант

Решить следующие уравнения

- 1) $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 5x$;
- 2) $\log_{12} (x^2 - x) = 1$;
- 3) $\log_{0,3}^2 (x+1) - 4 \log_{0,3} (x+1) + 3 = 0$;
- 4) $9^x \cdot 3^x = 81$

2 вариант

Решить следующие уравнения

- 1) $\log_5 (x^2 - 10) = \log_5 9x$;
- 2) $\log_7 (x^2 + 6x) = 1$;
- 3) $\log_{0,6}^2 (x + 3) + \log_{0,6} (x - 3) = \log_{0,6} (2x - 1)$;

4) $25^x \cdot 5^x = 625$

Инструкционная карта к практическому занятию №7

Тема: «Решение логарифмических уравнений и неравенств»

Цель занятия: закрепить навыки решения показательных и логарифмических уравнений.

Порядок выполнения работы:

4. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
5. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
6. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;

Теоретическая часть

1. Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени.

2. Решение уравнений

- 1) Если показательное уравнение сводится к виду $a^x = a^b$
- (1)
- где $a > 0$ и $a \neq 1$, то оно имеет единственный корень $x = b$.

2) Иногда, чтобы привести показательное уравнение к виду (1), необходимо в левой части уравнения вынести за скобки общий множитель a^x , например:

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b, \quad a^x \left(\frac{a}{1} - \frac{1}{a} \right) = b \quad \text{и т. д.} \quad \text{Equation.3}$$

Или разделить обе части уравнения на выражение, не равное нулю, например:

$$a^x = b^x$$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \quad \text{и т. д.}$$

3) некоторые показательные уравнения заменой $a^x = t$ сводится к квадратным. Надо помнить, что $t > 0$, так как показательная функция не может принимать отрицательные значения.

Методические рекомендации по выполнению практической работы – конспект лекций.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм,

индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

1 вариант

Решить следующие уравнения

- 1) $\log_3 (x^2 + 6) = \log_3 5x$;
- 2) $\log_{12} (x^2 - x) = 1$;
- 3) $\log_{0,3}^2 (x+1) - 4 \log_{0,3} (x+1) + 3 = 0$;
- 4) $9^x \cdot 3^x = 81$

2 вариант

Решить следующие уравнения

- 1) $\log_5 (x^2 - 10) = \log_5 9x$;
- 2) $\log_7 (x^2 + 6x) = 1$;
- 3) $\log_{0,6}^2 (x + 3) + \log_{0,6} (x - 3) = \log_{0,6} (2x - 1)$;
- 4) $25^x \cdot 5^x = 625$

Инструкционная карта к практическому занятию №8

Тема: «Преобразование тригонометрических графиков функций»

Цель занятия: Формирование умений построения графиков тригонометрических функций, определения свойств функции по графику, изменения графиков тригонометрических функций в зависимости от изменения функции и аргумента, преобразования графиков функций.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;

2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
 Название и цель работы;
 Результаты выполнения работы;
 Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Памятка Основные способы построения графиков функций		
1) $y = -f(x)$	$y = \sqrt{x}$ $y = -\sqrt{x}$	График функции $y = -f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ симметричным его отражением относительно оси Ox .
2) $y = f(-x)$	$y = \operatorname{tg} x$ $y = \operatorname{tg}(-x)$	График функции $y = f(-x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ симметричным отражением его относительно оси Oy .
3) $y = f(x-a)$	$y = \cos x$ $y = \cos(\dots)$	График функции $y = f(x-a)$ получается сдвигом вдоль оси Ox на величину $ a $ графика функции $y = f(x)$ вправо, если $a > 0$, и влево, если $a < 0$.

	$x - \frac{p}{4}$ $y = \cos\left(x + \frac{p}{3}\right)$	
4) $y = f(x) + b$	$y = x^2$ $y = x^2 - 5$ $y = x^2 + 3$	График функции $y = f(x) + b$ получается сдвигом графика функции $y = f(x)$ вдоль оси Oy на величину $ b $ вверх, если $b > 0$, и вниз, если $b < 0$.
5) $y = kf(x)$	$y = \sin x$ $y = 2 \sin x$ $y = \frac{1}{2} \sin x$	График функции $y = kf(x)$ получается растяжением в k раз, если $k > 1$, и сжатием в $1/k$ раз, если $0 < k < 1$, вдоль оси Oy графика функции $y = f(x)$.
6) $y = f(kx)$	$y = \cos x$ $y = \cos(3x)$ $y = \cos\left(\frac{1}{3}x\right)$	График функции $y = f(kx)$ получается сжатием в k раз к оси Oy, если $k > 1$, и растяжением в $1/k$ раз от оси Oy, если $0 < k < 1$, графика функции $y = f(x)$.
7) $x = f(y)$	$y = x^3$ $y = x^{\frac{1}{3}}$	График функции $x = f(y)$ симметричен относительно прямой $y = x$ графику

		функции $y=f(x)$. У функции $x=f(y)$: y - независимая переменная, а x - зависимая переменная.
8) $y= f(x) $	$y = \sin x$ $y = \sin x $	Для построения графика функции $y= f(x)$ надо сохранить ту часть графика функции $y=f(x)$, точки которой находятся на оси Ox или выше оси Ox, и симметрично отразить относительно оси Ox ту часть графика функции $y=f(x)$, которая расположена ниже оси Ox.
9) $y=f(x)$	$y = \frac{4}{x}$; $y = \frac{4}{ x }$	Для построения графика функции $y=f(x)$ надо сохранить ту часть графика функции $y=f(x)$ точки которой находятся на оси Oy или справа от нее и симметрично отразить эту часть графика относительно оси Oy.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и

дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Постройте графики функций, выполнив преобразования:

1-й вариант А) $y = -2 \sin x$ Б) $y = 0,5 \cos 2x - 1$ В)

$$y = \left| 1,5 \cos x - \frac{\pi}{3} \right| - 1$$

2-й вариант А) $y = |0,5 \sin x|$ Б) $y = 2,5 \cos 0,5x + 2$ В)

$$y = \left| 3 \sin x + \frac{\pi}{6} \right| - 1$$

3-й вариант А) $y = -2 \cos x$ Б) $y = 2,5 \sin 0,5x + 1$ В)

$$y = \left| 2 \cos x + \frac{\pi}{3} \right| - 1$$

4-й вариант А) $y = |0,5 \cos x|$ Б) $y = 0,5 \sin 2x - 2$ В)

$$y = \left| 2 \cos x - \frac{\pi}{6} \right| + 1$$

5-й вариант А) $y = |\cos 2x|$ Б) $y = 2,5 \sin 0,5x + 2$ В)

$$y = \left| 2 \cos x - \frac{\pi}{6} \right| + 1$$

6-й вариант А) $y = -0,5 \cos x$ Б) $y = 1,5 \sin 0,5x + 2,5$ В)

$$y = \left| 2 \cos x + \frac{\pi}{6} \right| - 1$$

7-й вариант А) $y = |\sin 2x|$ Б) $y = 3 \cos 0,5x - 1,5$ В)

$$y = \left| 2 \sin x + \frac{\pi}{6} \right| + 1,5$$

8-й вариант А) $y = -\sin 0,5x$ Б) $y = 3\cos 2x - 1,5$ В)

$$y = \left| 2 \sin \frac{\pi}{6} x - \frac{\pi}{6} \right| - 2$$

9-й вариант А) $y = |\cos 0,5x|$ Б) $y = 2,5 \sin 2x - 0,5$ В)

$$y = \left| 2 \sin \frac{\pi}{6} x - \frac{\pi}{3} \right| - 1,5$$

10-й вариант А) $y = -\cos 2x$ Б) $y = 3 \sin 0,5x + 0,5$ В)

$$y = \left| 2 \sin \frac{\pi}{6} x + \frac{\pi}{3} \right| + 0,5$$

Инструкционная карта к практическому занятию №9

Тема: «Решение тригонометрических выражений, уравнений и неравенств»

Цель занятия: Формирование представлений о формулах синуса, косинуса, тангенса суммы и разности аргумента, формулы двойного аргумента, формулы половинного угла, формулы понижения степени.

Порядок выполнения работы:

7. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
8. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
9. Отчет обучающегося о работе должен содержать:

Название и цель работы;

Результаты выполнения работы;

Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной

деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Вариант 1

1. Дано: $\cos a = -0,6$; $\frac{p}{2} < a < p$. Найдите:

а) $\sin a$; б) $\sin 2a$; в) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + a \div \emptyset$.

2. При всех допустимых значениях a докажите тождество

$$\frac{\cos a - \cos 5a}{\sin 5a + \sin a} = \operatorname{tg} 2a .$$

3. Упростите выражение

$$\frac{2 \sin(p - a) \cos a}{\cos(p + a) \sin^3 \frac{a}{2} + a \frac{\pi}{2} - \sin(p - a) \cos^3 \frac{a}{2} + a \frac{\pi}{2}}.$$

4. Докажите тождества:

а) $\frac{1 - \cos 2t + \sin 2t}{1 + \sin 2t + \cos 2t} = \operatorname{tg} t;$

б) $\cos \frac{a}{3} + a \frac{\pi}{2} + \cos \frac{a}{3} - a \frac{\pi}{2} = \cos a.$

Вариант 2

1. Дано: $\sin a = 0,8$; $\frac{p}{2} < a < p$. Найдите:

а) $\cos a$;

б) $\sin 2a$;

в) $\operatorname{tg} \frac{a}{4} - a \frac{\pi}{2}.$

2. При всех допустимых значениях a докажите тождество

$$\frac{\sin 3a - \sin a}{\cos 3a + \cos a} = \operatorname{tg} a.$$

3. Упростите выражение

$$\frac{\cos \frac{a}{2} + a \frac{\pi}{2} \sin^3(p - a) - \cos(p + a) \sin^3 \frac{a}{2} - a \frac{\pi}{2}}{2 \sin a \cos(2p - a)}.$$

4. Докажите тождества:

$$a) \frac{1 + \cos 2t - \sin 2t}{1 + \sin 2t + \cos 2t} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - t \frac{\ddot{}}{0};$$

$$б) \operatorname{sin} \frac{\pi}{6} + a \frac{\ddot{}}{0} = \cos a + \cos \frac{\pi}{6} - \frac{2p}{3} \frac{\ddot{}}{0}.$$

Инструкционная карта к практическому занятию №10

Тема: «Производные элементарных функций»

Цель занятия: Изучение методов нахождения производных основных элементарных функций и закрепление полученных знаний путем решения практических примеров.

Порядок выполнения работы:

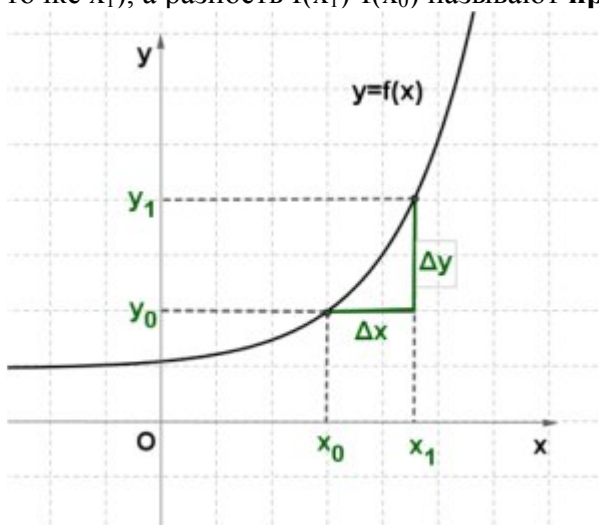
1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Так вот, **производная функции** очень важное понятие в науке и имеет огромное значение в прикладных задачах. Говоря о производной, имеют в виду скорость изменения чего-либо, например, движения материальной точки, или скорость распада химических элементов.

К слову, с помощью производной решаются задачи оптимизации. Например, оптимизация процессов с целью извлечь максимальную прибыль, или затратить наименьшее количество ресурсов.

Пусть функция $y=f(x)$ определена в точках x_0 и x_1 . Разность x_1-x_0 называют **приращением аргумента** (при переходе от точки x_0 к точке x_1), а разность $f(x_1)-f(x_0)$ называют **приращением функции**.



Приращение аргумента обозначают Δx (читают: дельта икс; Δ — прописная буква греческого алфавита "дельта"; соответствующая строчная буква пишется так: δ). Приращение функции обозначают Δy или Δf .

Итак, $x_1-x_0=\Delta x$, значит, $x_1=x_0+\Delta x$.

$f(x_1)-f(x_0)=\Delta y$, значит,

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0). \quad (1)$$

Нельзя истолковывать термин "приращение" как "прирост".

Определение. Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$y' = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x}$$

Обозначение: y' или $f'(x)$

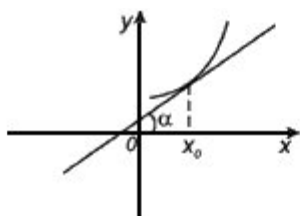
Операция отыскания производной называется дифференцированием.

В результате решения задач об отыскании производных у самых простых (и не очень простых) функций по определению производной как предела отношения приращения к приращению аргумента появились таблица производных и точно определённые правила дифференцирования. Первыми на ниве нахождения производных потрудились Исаак Ньютон (1643-1727) и Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646-1716).

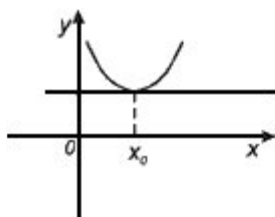
Поэтому в наше время, чтобы найти производную любой функции, не надо вычислять упомянутый выше предел отношения приращения функции к приращению аргумента, а нужно лишь воспользоваться таблицей производных и правилами дифференцирования. Для нахождения производной подходит следующий алгоритм.

Чтобы найти производную, надо выражение под знаком штриха **разобрать на составляющие простые функции** и определить, какими действиями (**произведение, сумма, частное**) связаны эти функции. Далее производные элементарных функций находим в таблице производных, а формулы производных произведения, суммы и частного - в правилах дифференцирования. Таблица производных и правила дифференцирования даны после первых двух примеров.

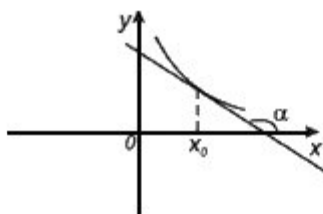
Геометрический смысл производной. Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции $y=f(x)$ в этой точке



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$$

Уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 :
 $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Физический смысл производной.

Если точка движется вдоль оси x и ее координата изменяется по закону $x(t)$, то мгновенная скорость точки:

$$v(t) = x'(t)$$

Таблица производных простых функций

Пример 1. Найти производную функции

$$x + \sin x$$

Решение. Из правил дифференцирования выясняем, что производная суммы функций есть сумма производных функций, т. е.

$$(x + \sin x)' = x' + (\sin x)'$$

Из таблицы производных выясняем, что производная "икса" равна единице, а производная синуса - косинусу. Подставляем эти значения в сумму производных и находим требуемую условием задачи производную:

$$(x + \sin x)' = x' + (\sin x)' = 1 + \cos x$$

Пример 2. Найти производную функции

$$5 - 7x$$

Решение. Дифференцируем как производную суммы, в которой второе слагаемое с постоянным множителем, его можно вынести за знак производной:

$$(5 - 7x)' = 5' + (-7)' = 5' + (-7)x' = 0 + (-7) \cdot 1 = -7.$$

Пример 3. Найти производную функции

$$(x-5)(2x-5)$$

Решение. Определяем части выражения функции: всё выражение представляет произведение, а его сомножители - суммы, во второй из которых одно из слагаемых содержит постоянный множитель.

Применяем правило дифференцирования произведения: производная произведения двух функций равна сумме произведений каждой из этих функций на производную другой:

$$((x-5)(2x-5))' = (x-5)'(2x-5) + (x-5)(2x-5)'$$

Далее применяем правило дифференцирования суммы: производная алгебраической суммы функций равна алгебраической сумме производных этих функций. В нашем случае в каждой сумме второе слагаемое со знаком минус. В каждой сумме видим и независимую переменную, производная которой равна единице, и константу (число), производная которой равна нулю. Итак, "икс" у нас превращается в единицу, а минус 5 - в ноль. Во втором выражении "икс" умножен на 2, так что двойку умножаем на ту же единицу как производную "икса". Получаем следующие значения производных:

$$(x-5)' = x' - 5' = 1 + 0 = 1.$$

$$(2x-5)' = (2x)' - 5' = 2(x)' - 0 = 2 \bullet 1 = 2.$$

Подставляем найденные производные в сумму произведений и получаем требуемую условием задачи производную всей функции:

$$(2x-5) + (x-5) \cdot 2 = (2x-5) + (2x-10) = 4x-15.$$

Пример 4. Найти производную функции

$$\frac{x-5}{2x-5}.$$

Решение. От нас требуется найти производную частного. Применяем формулу дифференцирования частного: производная частного двух функций равна дроби, числитель которой есть разность произведений знаменателя на производную числителя и числителя на производную знаменателя, а знаменатель есть квадрат прежнего числителя.

Получаем:

$$\left(\frac{x-5}{2x-5}\right)' = \frac{(x-5)'(2x-5) - (x-5)(2x-5)'}{(2x-5)^2}.$$

Производную сомножителей в числителе мы уже нашли в примере 2. Не забудем также, что произведение, являющееся вторым сомножителем в числителе в текущем примере берётся со знаком минус:

$$\left(\frac{x-5}{2x-5}\right)' = \frac{(2x-5) - (2x-10)}{(2x-5)^2} = \frac{-5+10}{(2x-5)^2} = \frac{5}{(2x-5)^2}.$$

При нахождении **производных простых тригонометрических функций** во избежание распространённых ошибок следует обращать внимание на следующие моменты:

- в выражении функции часто одно из слагаемых представляет собой **синус, косинус или другую тригонометрическую функцию** не от аргумента функции, а от числа (константы), поэтому производная этого слагаемого равна нулю;
- почти всегда нужно упростить выражение, полученное в результате дифференцирования, а для этого нужно уверенно пользоваться знаниями по действиям с дробями;
- для упрощения выражения почти всегда нужно знать **тригонометрические тождества, например, формулу двойного угла и формулу единицы как сумму квадратов синуса и косинуса**.

Пример 5. Найти производную функции

$$y = \sin \frac{12}{\pi} - \cos x$$

Решение. Допустим, с **производной косинуса** всё понятно, скажут многие, начинающие изучать производные. А как быть с **производной синуса** двенадцати, делённых на пи? Ответ: считать равной нулю! Здесь синус (функция всё-таки!) - ловушка, потому что аргумент - не переменная *икс* или любая другая переменная, а просто число. То есть, синус этого числа - тоже число. А производная числа (константы), как мы знаем из таблицы производных, равна нулю. Итак, оставляем только минус синус *икса* и находим его производную, не забывая про знак:

$$-(\cos x)' = \sin x$$

Ответ: $y' = \sin x$

Пример 6. Найти производную функции

$$y = \frac{\sin x}{3} + \cos \frac{\pi}{9}$$

Решение. Второе слагаемое – тот же случай, что и первое слагаемое в предыдущем примере. То есть, число, а производная числа равна нулю. Находим производную второго слагаемого как производную частного:

$$\left(\frac{\sin x}{3} \right)' = \frac{(\sin x)' \bullet 3 - \sin x \bullet (3)'}{9} =$$

$$\frac{3 \cos x - 0}{9} = \frac{\cos x}{3}.$$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ ОСНОВНЫХ ФУНКЦИЙ

1. $C' = 0$, $C = \text{const}$

2. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

3. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

4. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

5. $(a^x)' = a^x \cdot \ln(a)$

6. $(e^x)' = e^x$

7. $(\sin x)' = \cos(x)$

8. $(\cos x)' = -\sin(x)$

9. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2(x)}$

10. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2(x)}$

11. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

12. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

13. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

14. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

15. $x' = 1$

Основные правила нахождения производных

1. $(u+v)' = u' + v'$ - производная суммы равна сумме производных.

2. $(C \cdot u)' = C \cdot u'$ - константа выносится за знак производной.

3. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$ - производная произведения.

4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ - производная частного.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять

профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить

варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Найдите производные следующих функций:

1) $9x$

2) $x^2 - x^5$

3) $x^6 + \cos x$

4) $x^9 * \sin x$

5) $\frac{x^5}{7\cos x}$

6) $2e^x + \operatorname{tg} x$

7) $5 + 2\arctg x$

8) $\operatorname{ctg} x * 3\ln x$

9) $\frac{2x}{\arcsin x}$

10) $\frac{\cos x}{5\operatorname{arctg} x}$

Инструкционная карта к практическому занятию №11

Тема: «Многогранники и тела вращения»

Цель занятия: Изучение свойств основных видов многогранников и тел вращения, развитие пространственного воображения и навыков решения геометрических задач.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Понятие многогранника и его элементов.

Многогранник- это тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников.

Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его гранями. При этом предполагается, что

никакие две соседние грани многогранника не лежат в одной плоскости

Стороны граней называются рёбрами, а концы рёбер - вершинами многогранника.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется диагональю многогранника.

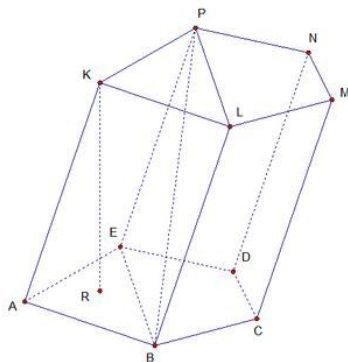
Многогранник называется выпуклым, если он весь лежит по одну сторону от плоскости любой его грани.

Две плоскости называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Прямую называют перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой в этой плоскости.

Многогранник



называется правильным, если все его грани - равные правильные многоугольники, а все

многогранные углы имеют одинаковое число граней. Все ребра правильного многогранника - равные отрезки, все плоские углы правильного многогранника также равны.

Призма - многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников, лежащих в разных плоскостях и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки многоугольников.

- основания призмы равны.
- у призмы основания лежат в параллельных плоскостях.
- у призмы боковые ребра параллельны и

равны. Основания ABCDE, KLMNP

Боковые грани - все грани, кроме оснований. ABLK, BCML, CDNM, DEPN, EAKP

Боковые ребра AK, BL, CM, DN,

EP Высота KR

Диагональ BP

Диагональное сечение EBLP

У прямых призм все боковые грани - прямоугольники. Боковые ребра прямой призмы перпендикулярны к плоскостям её оснований.

Если из любой точки одного основания провести перпендикуляр к другому основанию призмы, то этот перпендикуляр называют высотой призмы.

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется наклонной.

Прямая призма называется правильной, если ее основания являются правильными многоугольниками.

- Основания правильной призмы являются правильными многоугольниками.

- Боковые грани правильной призмы являются равными прямоугольниками.

- Боковые ребра правильной призмы равны.

- Правильная призма является прямой

Основные формулы для расчётов в

призмах:

- Боковая поверхность

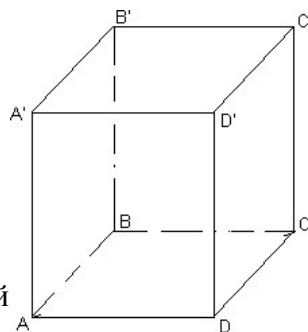
$S_{бок.} = P_{осн.} \cdot H$, где H - высота призмы.

Для наклонных призм

площадь каждой боковой грани определяется отдельно.

- Полная поверхность $S_{полн.} = 2 \cdot S_{осн.} + S_{бок.}$.

- Объём $V = S_{осн.} \cdot H$.



Параллелепипед

Если основание призмы есть параллелограмм, то она называется параллелепипедом. У параллелепипеда все грани - параллелограммы.

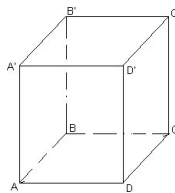
Грани параллелепипеда, не имеющие общих вершин, называются противоположными. Прямой параллелепипед, у которого основанием является прямоугольник, называется прямоугольным параллелепипедом. У прямоугольного параллелепипеда все грани - прямоугольники.

Прямоугольный параллелепипед, у которого все ребра равны, называется кубом.

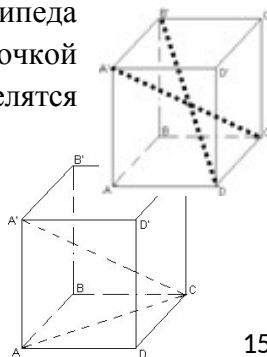
Длины непараллельных ребер прямоугольного параллелепипеда называются его линейными размерами или измерениями. У прямоугольного параллелепипеда их три: длина, ширина, высота.

Центр симметрии прямоугольного параллелепипеда - точка пересечения его диагоналей.

Теорема 1. У параллелепипеда противоположные грани параллельны и равны.
 $AA'BB' = DD'CC'$, $AA'BB' \parallel DD'CC'$



Теорема 2. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся



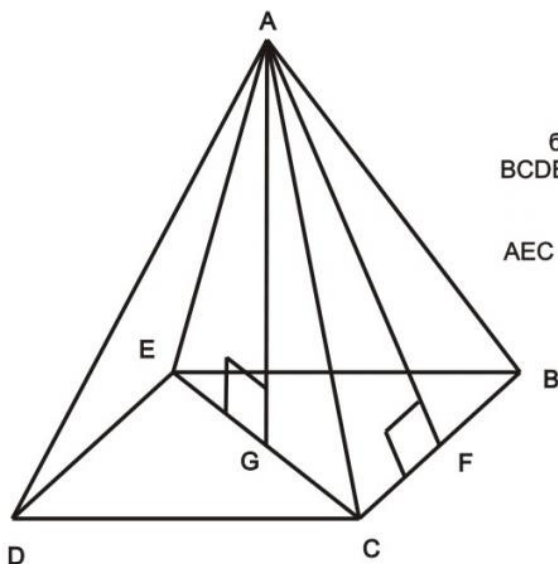
пополам.

$$A'O = OC, B'O = OD$$

Теорема 3. В прямоугольном параллелепипеде квадрат диагонали равен сумме квадратов трех его измерений. $A'C^2 = A'A^2 + AD^2 + DC^2$.

Пирамида

Пирамида - многогранник, который состоит из плоского многоугольника - основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания - вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

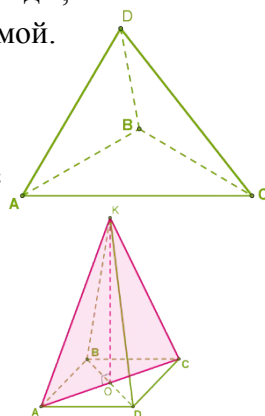


A – вершина пирамиды;
 AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
 ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
 $BCDE$ – основание пирамиды;
 AG – высота;
 AF – апофема;
 AEC – диагональное сечение.

Пирамиду, в основании которой правильный многоугольник и высота соединяет вершину пирамиды с центром правильного многоугольника, называют правильной. У правильной пирамиды все боковые грани — равные равнобедренные треугольники. Если провести высоты этих треугольников, то они также будут равны.

Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой.

Если у правильной треугольной пирамиды все боковые грани — равносторонние треугольники (равные с



основанием), то такую пирамиду называют правильным тетраэдром

Если у многоугольника в основании есть диагонали, то через эти диагонали и вершину пирамиды можно провести диагональное сечение.

Основные формулы для расчётов:

- Боковая поверхность $S_{бок.} = P_{осн.} \cdot h_2$, где h — апофема. Для пирамид, которые не являются правильными, необходимо определить отдельно поверхность каждой боковой грани.

- Полная поверхность $S_{полн.} = S_{осн.} + S_{бок.}$

- Объём $V = \frac{1}{3} \cdot S_{осн.} \cdot H$, где H — высота пирамиды.

Усеченная пирамида - часть пирамиды, заключенная между ее основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

Свойства усеченной пирамиды:

- Основания усеченной пирамиды подобные многоугольники.

- Боковые грани усеченной пирамиды —

трапеции.

- Боковые ребра правильной усеченной пирамиды

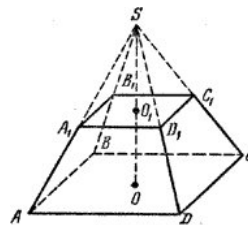


Рис. 189.

равны и одинаково наклонены к основанию пирамиды.

- Боковые грани правильной усеченной пирамиды — равные между собой равнобедренные трапеции и одинаково наклонены к основанию пирамиды.

- Двугранные углы при боковых ребрах правильной усеченной пирамиды равны.

Усеченную пирамиду, полученную из правильной пирамиды, называют правильной.

Высоту боковой грани правильной усеченной пирамиды называют ее апофемой.

У правильной усеченной пирамиды:

- Боковые грани равны; Боковые ребра равны;
- Апофемы равны; Двугранные углы при каждом основании равны; Боковые углы при боковых ребрах равны.

Призма

Призма - многогранник, две грани которого (основания призмы) представляют собой равные многоугольники с взаимно параллельными сторонами, а все другие грани параллелограммы. Призма называется прямой, если её ребра перпендикулярны плоскости основания. Если основанием призмы является прямоугольник, призму называют параллелепипедом.

Основы призмы -
две грани, которые



являются

равными параллельными
плоскими
многоугольниками

Диагональное сечение -
это пересечение призмы
плоскостью, проходящей
через диагональ основания
призмы и боковое
ребро.

Треугольная призма (в основе призмы треугольники) не
имеет диагональных сечений.

Перпендикулярное сечение - это пересечение призмы
плоскостью, пересекающей боковые ребра призмы под
прямым углом.

Прямая призма - это призма, в которой все боковые грани
перпендикулярны к основанию. Высота равна длине бокового
ребра.

Наклонная призма - это призма, в которой боковые грани
не перпендикулярны к основанию.

Правильная призма - это призма, в которой основы
являются правильными многоугольниками. Правильная
призма может быть, как прямой, так и наклонной.

Усечённая призма - это призма, в которой две основы не параллельны. Усечённая призма может быть, как прямой, так наклонной.

Объём призмы через площадь основания и высоту:

$$V = S_{\text{осн}}H$$

Объём наклонной призмы через площадь перпендикулярного сечения и длину бокового ребра:

$$V = S_{\perp}L$$

Объём правильной прямой призмы через высоту (h), длину стороны (a) и количество сторон (n):

$$h = a^2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n}$$

Площадь боковой поверхности призмы через периметр основания и высоту:

$$S_b = P \cdot h$$

Площадь поверхности призмы через площадь основания, периметр основания и высоту:

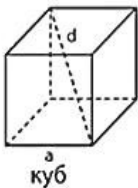
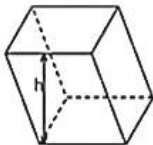
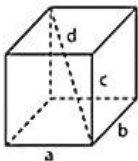
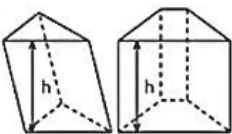
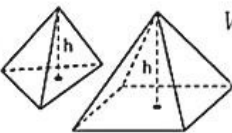
$$S = 2S_{\text{осн}} + P \cdot h$$

Площадь поверхности правильной призмы через высоту (h), длину стороны (a) и количество сторон (n).

Основные свойства призмы:

- Основы призмы - равные многоугольники.
- Боковые грани призмы - параллелограммы.
- Боковые ребра призмы параллельны и равны между собой.
- Перпендикулярное сечение перпендикулярно всем боковым ребрам и боковым граням.
 - Высота прямой призмы равна длине бокового ребра.
 - Высота наклонной призмы всегда меньше длины ребра.
 - В прямой призме гранями могут быть прямоугольниками или квадратами.

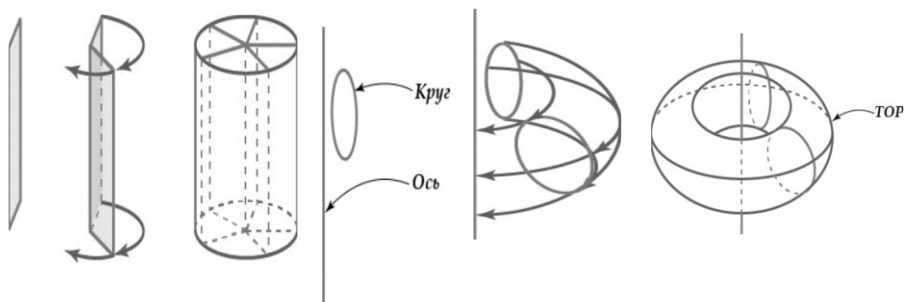
МНОГОГРАННИКИ

ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 $V = a^3$ a – ребро куба куб	$S = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$ длина диагонали
 $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ параллелепипед	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ $S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота
 $V = a \cdot b \cdot c$ прямоугольный параллелепипед	$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ призма	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ $S_{\text{осн}}$ – площадь основания h – высота
 $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$ пирамида	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

Тела вращения

Тело вращения – это тело в пространстве, которое возникает при вращении какой-нибудь плоской фигуры вокруг какой-нибудь оси.

Поверхность вращения – граница тела вращения.



Объём и площадь поверхности тел вращения можно также узнать при помощи теорем Гульдина-Паппа, которые связывают площадь или объём с центром масс фигуры.

Первая теорема Гульдина-Паппа гласит:

- Площадь поверхности, образуемой при вращении линии, лежащей в плоскости целиком по одну сторону от оси вращения, равна произведению длины линии на длину окружности, пробегаемой центром масс этой линии.

Вторая теорема Гульдина-Паппа гласит:

- Объём тела, образуемого при вращении фигуры, лежащей в плоскости целиком по одну сторону от оси вращения, равен произведению площади фигуры на длину

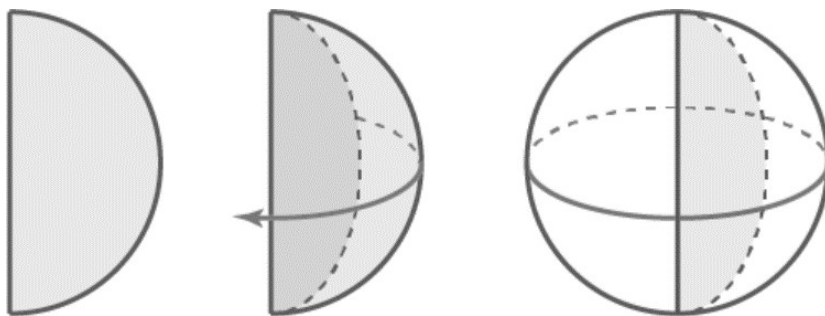
окружности, пробегаемой центром масс этой фигуры.

Примеры тел вращения:

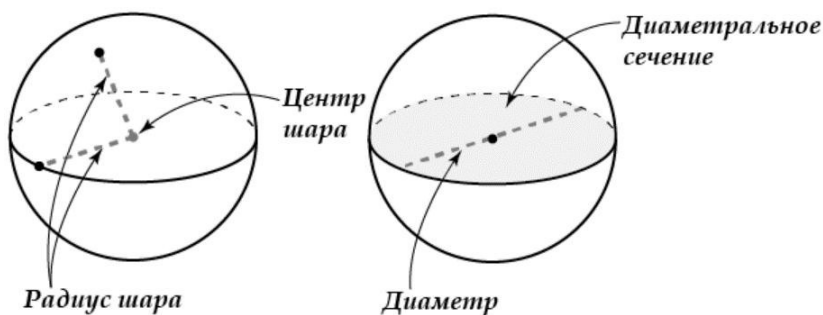
- Шар
- Конус
- Цилиндр
- Тор

Шар — тело вращения, полученное вращением полуокружности вокруг диаметра.

Шар — геометрическое место точек, удаленных от одной фиксированной точки на расстояние, не более заданного.



Диаметральное сечение шара — сечение, проходящее через центр. Это сечение иногда еще называют большим кругом.



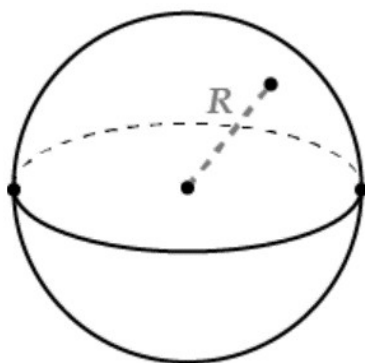
Любое сечение шара – круг.

Граница шара называется сферой. (Так же, как граница круга – окружность.)

$$S_{\text{поверхности}} = 4\pi R^2 \text{ - радиус}$$

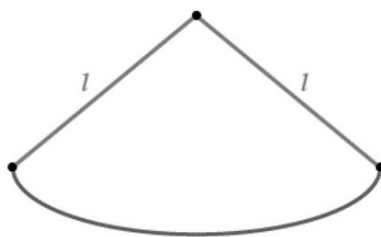
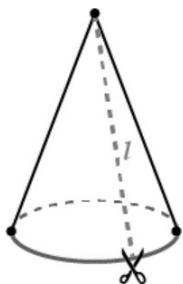
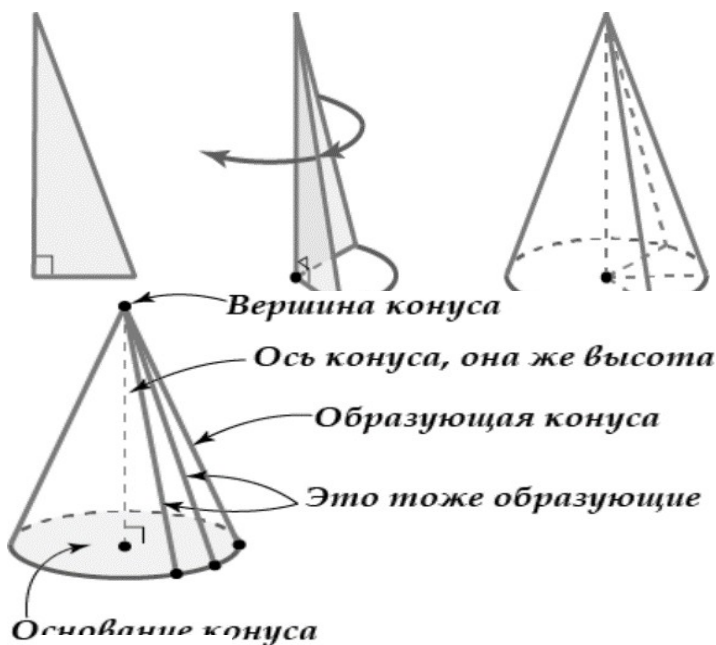
$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ - радиус}$$

$$V'_{\text{шара}} = S_{\text{поверхности}}$$

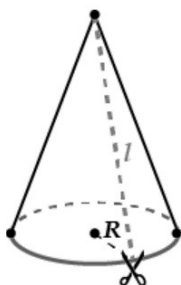


Конус

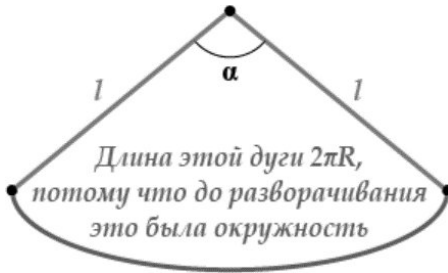
Конус – тело вращения, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.



Развертка конуса – сектор круга
радиуса l



По формуле площади сектора $S_{\text{бок.}} = l^2 \cdot \frac{\alpha}{2}$ Где α -
 угол при вершине в радианах.



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_{\text{полн.}} = \pi R l + \pi R^2$$

$$S_{\text{бок.}} = \pi R l$$

, где:

R - радиус

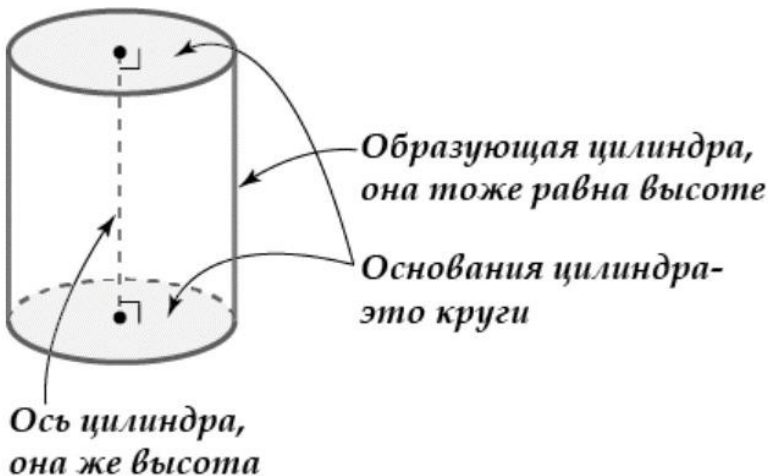
окружности основания,

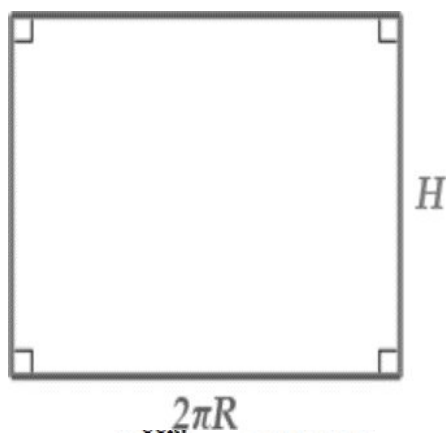
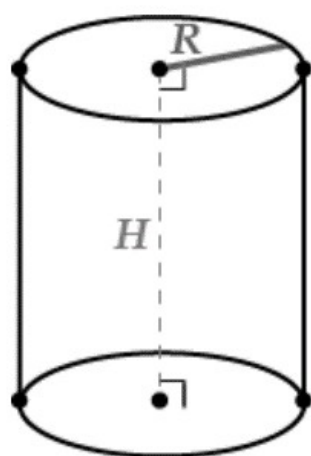
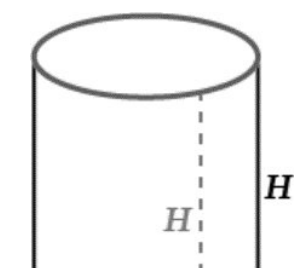
l - длина образующей

H - высота

Цилиндр

Цилиндр – тело, образованное вращением
 прямоугольника вокруг одной из сторон.





$$S_{\text{полн.}} = 2\pi RH + 2\pi R^2$$

$V = S \text{ основания} \cdot H$, только у призмы, пирамиды и параллелепипеда S основания - это площадь многоугольника, а у цилиндра S основания - это площадь круга.

$$V = \pi R^2 H$$

R - радиус основания H - высота

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

- 1) Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.
- 2) Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота - 10.
- 3) Основанием прямого параллелепипеда является ромб с диагоналями 10 см и 24 см, а высота параллелепипеда равна 10 см. Найдите большую диагональ параллелепипеда.
- 4) Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- 5) Длина окружности основания цилиндра равна 3.
Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.

6) Высота конуса равна 21, а диаметр основания - 144.

Найдите образующую конуса

7) Высота конуса равна 4, а длина образующей — 5.

Найдите диаметр основания конуса.

8) Площадь большого круга шара равна 7. Найдите площадь поверхности шара.

9) Конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 5.

10) Основанием пирамиды является параллелограмм, стороны которого равны 20 см и 36 см, а площадь равна 360 см^2 . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Проверьте утверждение: удвоение величины сопровождается увеличением процента на 100%.

Инструкционная карта к практическому занятию №12

Тема: «Вычисление интегралов»

Цель занятия: Освоение методов вычисления определенных и неопределенных интегралов функций одной переменной, развитие практических навыков интегрирования и закрепление теоретического материала курса математики.

Порядок выполнения работы:

4. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
5. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
6. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Первообразная функция и неопределённый интеграл

В дифференциальном исчислении решается задача нахождения производной или дифференциала данной функции. Пусть дана функция $F(x)$. Тогда по определению

производной $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta x} = F'(x)$. Обозначим $F'(x) = f(x)$.
Equation.3

В интегральном исчислении решается задача, обратная задаче нахождения производной: отыскание функции $F(x)$ по заданной её производной $f(x)$. Таким образом, для заданной функции $f(x)$ нужно найти такую функцию $F(x)$, чтобы $F'(x) = f(x)$.

Функция $F(x)$ называется *первообразной функцией* для функции $f(x)$ на некотором множестве D , если на этом множестве $F'(x) = f(x)$.

Если $F(x)$ есть первообразная функция для функции $f(x)$, то каждая из функций $F(x) + C$, где C - произвольная постоянная, будет также первообразной для функции $f(x)$, так как

$$(F(x) + C)' = F'(x) + C' = F'(x) = f(x).$$

Таким образом, если функция $f(x)$ имеет хотя бы одну первообразную функцию, то она может иметь бесчисленное множество первообразных функций и все они отличаются одна от другой на постоянную величину.

Совокупность всех первообразных функций $F(x) + C$ для функции $f(x)$ называется *неопределённым интегралом* от функции $f(x)$ и обозначается $\int f(x) dx = F(x) + C$. Процесс нахождения первообразной функции называется *интегрированием*. Переменная x называется *переменной интегрирования*, функция $f(x)$ называется *подынтегральной функцией*, выражение $f(x)dx$ – *подынтегральным выражением*.

Неопределённый интеграл обладает свойствами, использование которых в значительной степени может упростить интегрирование функций.

- Производная от неопределённого интеграла равна подынтегральной функции, т.е. $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x)$.
- Дифференциал неопределённого интеграла равен подынтегральному выражению, т.е. $d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$.
- Неопределённый интеграл от дифференциала функции равен этой функции плюс произвольная постоянная, т.е. $\int dF(x) = F(x) + C$.
- Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла: $\int k f(x) dx = k \int f(x) dx$.
- Неопределённый интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций, т.е. $\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$.
- Результат интегрирования не зависит от обозначения переменной интегрирования, т.е. если $\int f(x) dx = F(x) + C$, то при замене переменной интегрирования x на t $\int f(t) dt = F(t) + C$. Такое свойство называется *инвариантностью формулы интегрирования*.

1. Таблица основных интегралов

1	$\int dx = x + C$	7	$\int \cos x dx = \sin x + C$
2	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	8	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$

3	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	9	$\int \frac{1}{\sin^2 x dx} = -\operatorname{ctgx} + C$
4	$\int e^x dx = e^x + C$	10	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsin x + C$
5	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	11	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \operatorname{arctgx} + C$
6	$\int \sin x dx = -\cos x + C$		

Интегралы данной таблицы называются *табличными*. Каждая из формул таблицы справедлива в области определения подынтегральной функции.

Основные методы интегрирования

При интегрировании функций не всегда можно сразу использовать таблицу интегралов. Как правило, вначале нужно данный интеграл преобразовать таким образом, чтобы свести его к одной или нескольким формулам таблицы. Для этого используются специальные методы интегрирования, основными из которых являются *непосредственное интегрирование*, *замена переменной* (или *метод подстановки*), *метод интегрирования по частям*.

Суть *метода непосредственного интегрирования* состоит в том, что данный интеграл с помощью алгебраических преобразований и свойств неопределённого интеграла сводится к табличным интегралам.

Примеры 1–3. Найти неопределённые интегралы:

а) $\int x^6 dx$; б) $\int (2x^3 - 4x^2 + 5) dx$; в) $\int \sqrt[3]{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{1+x^2} dx$.

Решение. а) $\int x^6 dx = \frac{x^{6+1}}{6+1} + C = \frac{x^7}{7} + C$;

б) $\int (2x^3 - 4x^2 + 5) dx = 2 \int x^3 dx - 4 \int x^2 dx + 5 \int dx = 2 \cdot \frac{x^4}{4} - 4 \cdot \frac{x^3}{3} +$

$+ 5x + C = \frac{1}{2}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 5x + C$;

в) $\int \sqrt[3]{x^3} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{1+x^2} dx = 3 \int x^{\frac{3}{4}} - 2 \int \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx =$

$$= 3 \int x^{\frac{3}{4}} dx - 2 \int x^{-\frac{1}{3}} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx = 3 \int x^{\frac{3}{4}+1} dx - 2 \int x^{-\frac{1}{3}+1} dx + \arctg x + C =$$

$$= 3 \int x^{\frac{7}{4}} dx - 2 \int x^{\frac{2}{3}} dx + \arctg x + C = \frac{12}{7} \sqrt[4]{x^7} - 3 \sqrt[3]{x^2} + \arctg x + C.$$

Если интеграл непосредственно не находится, то во многих случаях результат может быть достигнут с помощью *метода замены переменной (подстановки)*. Данный метод помогает значительно упростить подынтегральное выражение и свести интеграл к одной из формул таблицы.

Если подынтегральная функция представляет собой дробь, у которой числитель есть производная знаменателя, то такой интеграл равен логарифму натуральному от абсолютной величины знаменателя, т.е. $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$.

Примеры 4 – 7. Найти интегралы: а) $\int \sin 3x dx$; б) $\int (3-x)^5 dx$; в) $\int \sqrt[5]{3x-4} dx$; г) $\int x e^{x^2} dx$.

Решение. а) $\int \sin 3x dx = \{ \text{заменим } u=3x, \text{ тогда } du=3dx, dx=\frac{du}{3} \} =$

$$= \int \sin u \cdot \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int \sin u du = \frac{1}{3} (-\cos u) + C = -\frac{1}{3} \cos 3x + C;$$

б) $\int (3-x)^5 dx = \{ \text{заменим } u=3-x, du=-dx, dx=-du \} = \int (-du)^5 =$

$$= -\int u^5 du = -\frac{u^6}{6} + C = -\frac{(3-x)^6}{6} + C;$$

в) $\int \sqrt[5]{3x-4} dx = \{ u=3x-4, du=3dx, dx=\frac{du}{3} \} = \int \sqrt[5]{u} \frac{du}{3} = \frac{1}{3} \int u^{\frac{1}{5}} du =$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{u^{\frac{6}{5}}}{\frac{6}{5}} + C = \frac{5}{18} \sqrt[5]{u^6} + C = \frac{5}{18} \sqrt[5]{(3x-4)^6} + C;$$

Equation.3

г) $\int x e^{x^2} dx = \{ u=x^2, du=2x dx, x dx = \frac{du}{2} \} = \int e^u \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int e^u du =$

$$= \frac{1}{2} e^u + C = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$$

Equation.3

Для нахождения интеграла вида $\int u dv$ используется *формула интегрирования по частям* $\int u dv = uv - \int v du$. Если в результате получилось, что интеграл в правой части формулы проще, чем в левой, то применение этой формулы оправдано. Обычно в подынтегральном выражении за функцию u принимают тот множитель, который после его дифференцирования становится

более простым. Оставшуюся часть подынтегрального выражения принимают за дифференциал dv некоторой функции v .

При использовании данного метода интегрирования удобно пользоваться следующими рекомендациями:

- в интегралах вида $\int P(x)e^{kx} dx$, $\int P(x) \sin x dx$, $\int P(x) \cos x dx$ имеет смысл положить $u=P(x)$, а в качестве dv взять оставшуюся часть подынтегрального выражения;

- в интегралах вида $\int P(x) \arcsin x dx$, $\int P(x) \arccos x dx$, $\int P(x) \arctg x dx$, $\int P(x) \operatorname{arccotg} x dx$, $\int P(x) \ln x dx$ следует положить $dv=P(x)dx$, а оставшуюся часть подынтегрального выражения обозначить через u ;

- в интегралах вида $\int e^{ax} \sin bxdx$, $\int e^{ax} \cos bxdx$ можно положить $u = e^{ax}$, а оставшуюся часть подынтегрального выражения принять за dv .

Примеры 8 – 9. Найти интегралы: а) $\int x \cos x dx$; б) $\int \ln x dx$.

Решение. а) $\int x \cos x dx = \{u = x, dv = \cos x dx, du = dx, v = \sin x\} = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$;

б) $\int \ln x dx = \{u = \ln x, dv = dx, du = \frac{1}{x} dx, v = x\} = x \ln x - \int \frac{1}{x} dx = x \ln x - x + C$

Лекция Определённый интеграл и его основные свойства

Пусть функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[a, b]$. Выполним следующие действия.

- Разобьём отрезок $[a, b]$ точками $x_0 = a, x_1, x_2, \dots, x_n = b$ на n отрезков $[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n]$, которые называются частичными.

- В каждом частичном отрезке $[x_{i-1}, x_i]$ произвольно выберем точку $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$, вычислим значение функции в этой точке $f(c_i)$ и произведение $f(c_i) \Delta x_i$, где $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$.

- Если существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$, который не зависит ни от способа разбиения отрезка $[a, b]$, ни от выбора точек $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$, то он называется *определённым интегралом* от функции $y = f(x)$ на отрезке $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$ и обозначается

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i.$$

Числа a и b называются *нижним и верхним пределами интегрирования*. Функция $f(x)$ называется *подынтегральной функцией*, выражение $f(x)dx$ - *подынтегральным выражением*, x – *переменной интегрирования*, $[a, b]$ - *отрезком интегрирования*.

Пусть на отрезке $[a, b]$ задана непрерывная функция $y = f(x) \geq 0$. Фигура, ограниченная сверху графиком функции $y = f(x)$, снизу осью Ox , сбоку – прямыми $x=a$ и $x=b$, называется *криволинейной трапецией*.

Определённый интеграл от неотрицательной функции численно равен площади криволинейной трапеции. В этом состоит геометрический смысл определённого интеграла.

Основными свойствами определённого интеграла являются следующие:

- постоянный множитель можно выносить за знак определённого интеграла, т.е.

$$\int_a^b k f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx;$$

- определённый интеграл от алгебраической суммы непрерывных на отрезке $[a, b]$ функций $f(x)$ и $g(x)$ равен алгебраической сумме определённых интегралов от этих функций, т.е.

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx;$$

- если верхний и нижний пределы интегрирования поменять местами, то определённый интеграл изменит знак на противоположный, т.е. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$;

- если пределы интегрирования равны между собой, то определённый интеграл равен нулю, т.е. $\int_a^a f(x) dx = 0$;

- определённый интеграл не зависит от обозначения переменной интегрирования, т.е.

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \dots;$$

- если отрезок интегрирования $[a, b]$ разбит на две части $[a, c]$ и $[c, b]$ и если существуют интегралы $\int_a^c f(x) dx$ и $\int_c^b f(x) dx$, то

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Для вычисления определённых интегралов используется *формула Ньютона-Лейбница*

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a),$$

где $F'(x) = f(x)$, т.е. $F(x)$ – любая первообразная функция для $f(x)$.

Методы вычисления определённых интегралов

При вычислении определённых интегралов используются методы *непосредственного интегрирования, замены переменной (подстановки) и интегрирования по частям*.

Непосредственное интегрирование предполагает сведение данного интеграла с помощью алгебраических и арифметических преобразований к формулам таблицы основных интегралов и использование формулы Ньютона-Лейбница.

Примеры 10-11. Вычислить интегралы: а) $\int_1^2 x dx$; б) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$.

Решение. а) $\int_1^2 x dx = \left. \frac{x^2}{2} \right|_1^2 = \frac{2^2}{2} - \frac{1^2}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$;

б) $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg x \Big|_0^{\sqrt{3}} = \arctg \sqrt{3} - \arctg 0 = \frac{\pi}{3}$.

Метод замены переменной в определённом интеграле предполагает следующее. Пусть выполнены условия:

- функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[a, b]$;
- функция $x = j(t)$ определена на отрезке $[a, b]$ и имеет на нём непрерывную производную;
- $j(a) = a, j(b) = b$.

Тогда определённый интеграл $\int_a^b f(x) dx$ может быть вычислен с помощью введения новой переменной и при этом справедлива формула $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(j(t)) j'(t) dt$. Часто вместо замены $x = j(t)$ применяют обратную замену $t = y(x)$.

Примеры 12-13. Вычислить интегралы: а) $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$; б) $\int_{-2}^0 \sqrt{1-4x} dx$.

Решение. а) Выполним замену $t = x+1, dt = dx$. Вычислим пределы интегрирования для переменной t :

x	0	1
t	1	2

Тогда $\int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \int_1^2 \frac{1}{t} dt = \ln t \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$.

б) Выполним замену $t = 1-4x$ и продифференцируем обе части равенства: $dt = -4dx, dx = -\frac{dt}{4}$.

Изменим пределы интегрирования:

x	-2	0
t	9	1

В результате $\int_{-2}^0 \sqrt{1-4x} dx = \int_9^1 \sqrt{t} \cdot \frac{dt}{4} = -\frac{1}{4} \int_1^9 \sqrt{t} dt = -\frac{1}{4} \left. \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right|_1^9 =$

$= -\frac{1}{6} \sqrt{t^3} \Big|_1^9 = -\frac{1}{6} \sqrt{1^3} - \frac{1}{6} \sqrt{9^3} = -\frac{1}{6} (1 - 27) = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$.

Пусть функции $u = u(x)$ и $v = v(x)$ имеют непрерывные производные на отрезке $[a, b]$. Тогда для определённого интеграла справедлива формула интегрирования по частям

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

Пример 14. Вычислить интеграл $\int_p^{2p} x \cos x dx$.

Решение. Положим $u = x$, тогда $du = dx$. Оставшуюся часть подынтегрального выражения примем за dv : $dv = \cos x dx$. Проинтегрируем это выражение: $\int dv = \int \cos x dx$, $v = \sin x$. Тогда по формуле интегрирования по частям получим

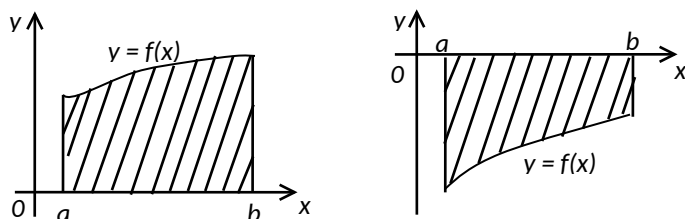
$$\int_p^{2p} x \cos x dx = x \sin x \Big|_p^{2p} - \int_p^{2p} \sin x dx =$$

$$= 2p \sin 2p - p \sin p - (-\cos x) \Big|_p^{2p} = \cos x \Big|_p^{2p} = \cos 2p - \cos p = 1 - (-1) = 2.$$

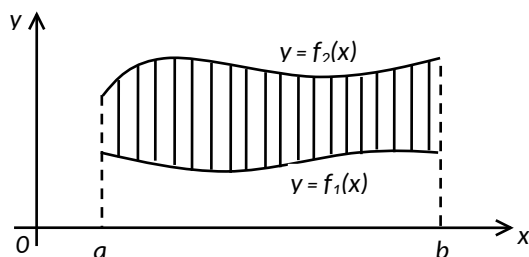
2. Вычисление площадей плоских фигур

Согласно геометрическому смыслу определённого интеграла площадь криволинейной трапеции, расположенной выше оси абсцисс, равна определённому интегралу от функции $f(x)$:

$S = \int_a^b f(x) dx$. Если криволинейная трапеция расположена ниже оси абсцисс, то площадь такой трапеции вычисляется по формуле: $S = - \int_a^b f(x) dx$.



Пусть фигура ограничена снизу графиком функции $y = f_1(x)$, сверху – графиком функции $y = f_2(x)$, слева – прямой $x = a$ и справа – прямой $x = b$.



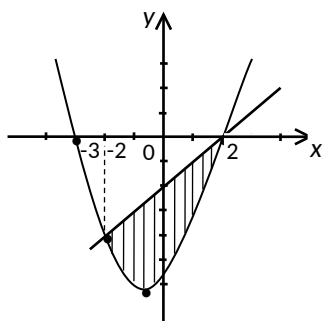
Тогда площадь фигуры, ограниченной этими линиями, вычисляется по формуле:

$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx.$$

Пример 15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + x - 6$, $y - x + 2 = 0$.

Решение. Графиком функции $y = x^2 + x - 6$ является парабола, ветви которой направлены вверх. Найдём точки пересечения параболы с осью Ox : $x^2 + x - 6 = 0$, $D = 1 - 4 \cdot (-6) = 25$, $x_1 = -3$,

$x_2 = 2$. Уравнение прямой $y - x + 2 = 0$ запишем в виде $y = x - 2$. Изобразим эти линии в системе координат и заштрихуем фигуру, ограниченную этими линиями.



Найдём абсциссы точек пересечения линий: $x^2 + x - 6 = x - 2$, $x^2 - 4 = 0$, $x_1 = -2$, $x_2 = 2$. Тогда

$$\begin{aligned} \text{площадь заштрихованной фигуры равна } \int_{-2}^2 (x - 2 - (x^2 + x - 6)) dx &= \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left[-\frac{x^3}{3} + 4x \right]_{-2}^2 = \\ &= -\frac{2^3}{3} + 4 \cdot 2 - \left(-\frac{(-2)^3}{3} + 4 \cdot (-2) \right) = -\frac{8}{3} + 8 - \left(-\frac{8}{3} - 8 \right) = -\frac{8}{3} + 8 + \frac{8}{3} + 8 = 10\frac{2}{3} \text{ (кв. ед.)}. \end{aligned}$$

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Найдите не определенный интеграл следующих функций $f(x)$:

1) $\int \sqrt{x} \int \sqrt{x} dx$

$$2) \int \sqrt{\quad} \int \sqrt[4]{x^3} dx$$

$$3) \int \int 3x^8 dx$$

$$4) \int \int (x^5 + x^4 + 5x) dx$$

$$5) \int \int (x^9 + \cos x) dx$$

$$6) \int \int (\sin x + 5\cos x + 2x) dx$$

$$7) \int \int (2e^x + 6\sin x) dx$$

$$8) \int \int (8e^x + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{2}\sin x) dx$$

$$9) \int - \int (\frac{8}{x^6} + \frac{1}{8}\cos x) dx$$

$$10) \int \int (x^{-9} - \sin x + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{6}\cos x) dx$$

Инструкционная карта к практическому занятию №13

Тема: «Решение задач на нахождение первообразной»

Цель занятия: Освоение методов нахождения первообразной функции, развитие практических навыков интегрирования и закрепление теоретического материала курса математики.

Порядок выполнения работы:

7. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
8. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
9. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
 Название и цель работы;
 Результаты выполнения работы;
 Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

1. Если F есть первообразная для f , а G - первообразная для g , то $F + G$ есть первообразная для $f + g$.

2. Если F есть первообразная для f , а a - постоянная, то функция kF - первообразная для kf .

3. Если F есть первообразная для f , а k и b - постоянные, причем $k \neq 0$, то $\frac{1}{k}F(kx + b)$ есть первообразная для $f(kx + b)$.

Таблица первообразных:

Функция	Общий вид первообразных
k (<i>постоянная</i>)	$kx + C$
x^n ($n \in \mathbb{R}, n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$a^x, a > 0, a \neq 1$	$\frac{a^x}{\ln a} + C$

Пример 1. Докажем, что функция $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$ на заданном промежутке:

а) $F(x) = 7x^8 + 3, f(x) = 56x^7, (-\infty; +\infty)$

Найдем производную функции $F(x)$.

$F'(x) = (7x^8 + 3)' = (7x^8)' + (3)' = 7 \cdot 8x^7 + 0 = 56x^7 = f(x)$, для всех $x \in \mathbb{R}$, что и требовалось доказать.

б) $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3}, f(x) = \sqrt{x}, [0; \infty)$

Найдем производную функции $F(x)$.

Так как $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, то $F'(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}-1} = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} = f(x)$ для всех $x \in [0; \infty)$. Что и требовалось доказать.

Пример 2. Используя таблицу первообразных, найдем одну из первообразных для функции:

а) $f(x) = 6 \Rightarrow F(x) = 6x$;

б) $f(x) = -2 \Rightarrow F(x) = -2x + 1$;

в) $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f(x) = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow F(x) = \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - 3 = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 3 = \frac{2\sqrt{x^3}}{3} - 3$;

г) $f(x) = 7^x \Rightarrow F(x) = \frac{7^x}{\ln 7} - 7$.

Пример 3. Для функции $f(x)$ найдем первообразную, график которой проходит через заданную точку:

а) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$; $M(\frac{\pi}{4}; 2)$

Запишем общий вид первообразных для данной функции: $F(x) = -\operatorname{ctg} x + C$. Координаты точки $M(\frac{\pi}{4}; 2)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению

$2 = -\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} + C$. Отсюда находим C :

$$C = 2 + \operatorname{ctg} \frac{\rho}{4} = 2 + 1 = 3.$$

Таким образом, искомая первообразная имеет вид $F(x) = -\operatorname{ctg} x + 3$.

Пример 4. Найдем общий вид первообразных для функций:

$$\text{а) } f(x) = x^4 + \frac{1}{x^4}.$$

Для функции x^4 одна из первообразных есть $\frac{x^5}{5}$, а для функции $\frac{1}{x^4} = x^{-4}$ одной из первообразных является функция $\frac{x^{-3}}{-3} = -\frac{1}{3x^3}$, то по правилу 1 находим, что для функции $f(x) = x^4 + \frac{1}{x^4}$ одной из первообразных будет $\frac{x^5}{5} - \frac{1}{3x^3}$, а общий вид первообразных будет $\frac{x^5}{5} - \frac{1}{3x^3} + C$.

$$\text{б) } f(x) = \sin(5x - 2).$$

По правилу 3 одной из первообразных для функции $\sin(5x - 2)$ будет функция $-\frac{1}{5}\cos(5x - 2)$, а множество всех первообразных данной функции имеет вид $F(x) = -\frac{1}{5}\cos(5x - 2) + C$.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Варианты заданий:

Часть I. Простые вычисления и преобразования.

Найдите первообразную следующих функций $f(x)$:

1) $\int \sqrt{x} \int \sqrt{x} dx$

2) $\int \sqrt{x} \int \sqrt[4]{x^3} dx$

3) $\int \int 3x^8 dx$

4) $\int \int (x^5 + x^4 + 5x) dx$

5) $\int \int (x^9 + \cos x) dx$

6) $\int \int (\sin x + 5\cos x + 2x) dx$

7) $\int \int (2e^x + 6\sin x) dx$

8) $\int \int (8e^x + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{2}\sin x) dx$

9) $\int - \int (\frac{8}{x^6} + \frac{1}{8}\cos x) dx$

10) $\int \int (x^5 + 2\cos x) dx$

Инструкционная карта к практическому занятию №14

Тема: «Решение простейших задач по комбинаторике»

Цель занятия: Освоение методов решения задач по комбинаторике.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;

Результаты выполнения работы;

Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из данных объектов.

Основные понятия и формулы:

Перестановки: число способов расположить n разных объектов в определенном порядке.

$$P_n = n!$$

Размещения: число способов выбрать k объектов из n разных объектов и разместить их в определенном порядке.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: число способов выбрать k объектов из n разных объектов без учета порядка.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Алгоритм выбора формулы:



Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

- 1) Из 25 экзаменационных билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?
- 2) Антон и Игорь бросают белый и черный игральные кубики и подсчитывают сумму выпавших очков. Они договорились, что если при очередном бросании в сумме выпадет 8 очков, то выигрывает Антон, а если в сумме выпадет 7 очков, то выигрывает Игорь. Можно ли считать, что шансы выиграть в этой игре у мальчиков одинаковы?
- 3) Для новогодней лотереи отпечатали 1500 билетов, из которых 120 выигрышных. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?
- 4) В коробке лежит 10 шаров, из них 5 черных, 2 белых, остальные – красные. Какова вероятность вытащить черный шар? Вытащить не красный шар? Вытащить красный шар?
- 5) В коробке 7 красных и 5 синих карандашей. Наудачу взяли три карандаша. Найти вероятность того, что среди выбранных карандашей – ровно 2 красных и 1 синий.
- 6) В коробке находятся 3 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Одновременно извлекают 6 карандашей. Найти вероятность того, что среди них будет ровно 2 синих, 2 красных и 2 зеленых.
- 7) На сборку поступило десять деталей, среди которых четыре бракованные. Сборщик наудачу берёт три детали. Найти вероятности событий:
А – все детали бракованные; В – только одна деталь из трёх бракованная
- 8) В ящике лежат 50 лампочек, из них - 2 бракованные. Забрали 20 не бракованных. Какова вероятность того, что после этого наугад взятая лампа будет бракованной?
- 9) Найти вероятность того, что 5 наудачу выбранные карты из колоды в 36 карт окажутся 2 тузами, 3 дамами.
- 10) В мешке 10 камней, 3 черных, 1 белый, 2 зеленых, 1 коричневый, 3 синих. Какова вероятность вытянуть красный камень?

Инструкционная карта к практическому занятию №15

Тема: «Решение задач комбинаторики, статистики и теории вероятностей»

Цель занятия: Формирование знаний как решать задачи по теории вероятности.

Порядок выполнения работы:

4. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
5. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
6. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Основные понятия и формулы:

Перестановки: число способов расположить n разных объектов в определенном порядке.

$$P_n = n!$$

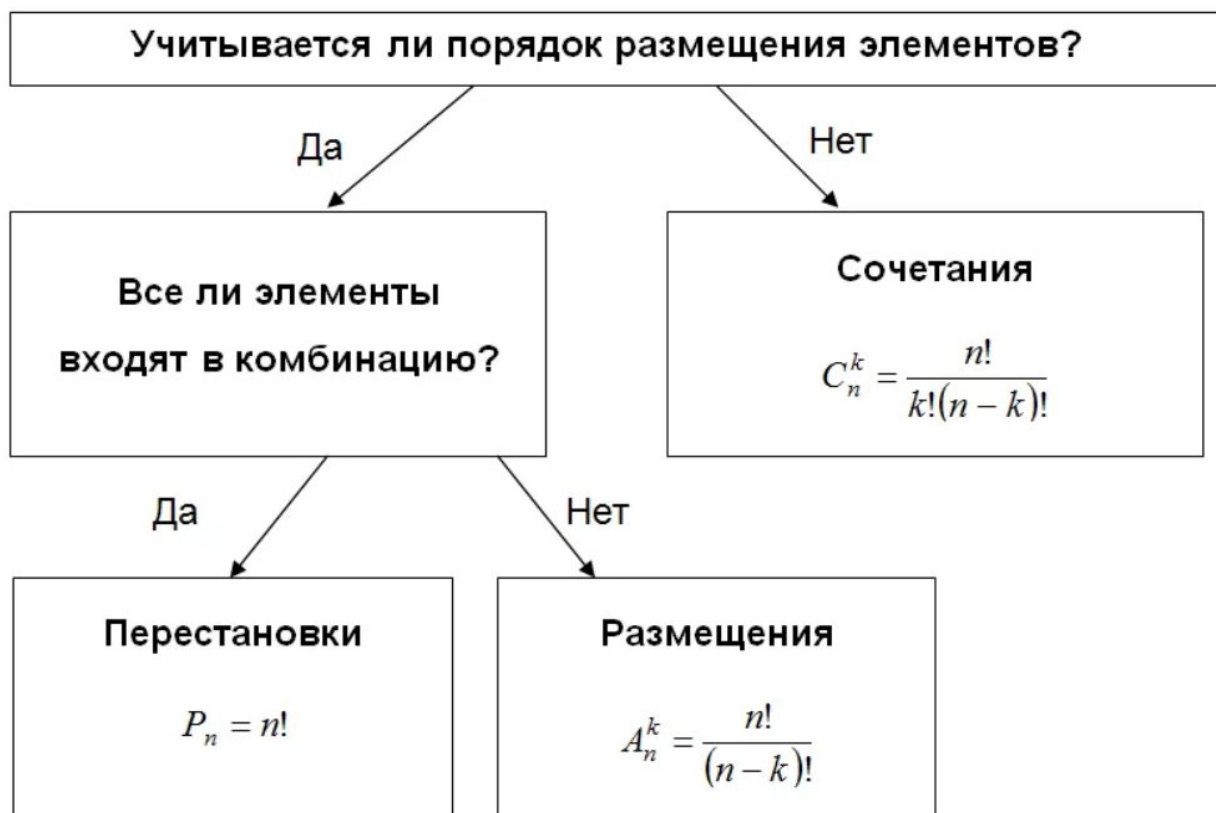
Размещения: число способов выбрать k объектов из n разных объектов и разместить их в определенном порядке.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Сочетания: число способов выбрать k объектов из n разных объектов без учета порядка.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Алгоритм выбора формулы:



Теория вероятностей — раздел математики, который изучает случайные события и ищет в них закономерности. Она помогает оценить, насколько вероятен тот или иной исход, если результат нельзя предсказать точно.

Классическая формула теории вероятностей: $P(A) = m / n$

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Решите задачи по комбинаторике, статистике и теории вероятностей:

- 1) Из 25 экзаменационных билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?
- 2) Антон и Игорь бросают белый и черный игральные кубики и подсчитывают сумму выпавших очков. Они договорились, что если при очередном бросании в сумме выпадет 8 очков, то выигрывает Антон, а если в сумме выпадет 7 очков, то выигрывает Игорь. Можно ли считать, что шансы выиграть в этой игре у мальчиков одинаковы?
- 3) Для новогодней лотереи отпечатали 1500 билетов, из которых 120 выигрышных. Какова вероятность того, что купленный билет окажется выигрышным?
- 4) В коробке лежит 10 шаров, из них 5 черных, 2 белых, остальные – красные. Какова вероятность вытащить черный шар? Вытащить не красный шар? Вытащить красный шар?
- 5) В коробке 7 красных и 5 синих карандашей. Наудачу взяли три карандаша. Найти вероятность того, что среди выбранных карандашей – ровно 2 красных и 1 синий.
- 6) В коробке находятся 3 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Одновременно извлекают 6 карандашей. Найти вероятность того, что среди них будет ровно 2 синих, 2 красных и 2 зеленых.
- 7) На сборку поступило десять деталей, среди которых четыре бракованные. Сборщик наудачу берёт три детали. Найти вероятности событий:
А – все детали бракованные; В – только одна деталь из трёх бракованная
- 8) В ящике лежат 50 лампочек, из них - 2 бракованные. Забрали 20 не бракованных. Какова вероятность того, что после этого наугад взятая лампа будет бракованной?
- 9) Найти вероятность того, что 5 наудачу выбранные карты из колоды в 36 карт окажутся 2 тузами, 3 дамами.

10) В мешке 10 камней, 3 черных, 1 белый, 2 зеленых, 1 коричневый, 3 синих. Какова вероятность вытянуть красный камень?

Инструкционная карта к практическому занятию №16

Тема: «Найти определитель матрицы»

Цель занятия: Формирование знаний что такое матрица и как находить её определитель.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

Теоретическая часть

Матрицы и операции над ними

Определение. **Матрицей** наз. прямоугольная таблица чисел.

Примеры: $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 & 8 \\ 2 & -4 & 2 & 7 & 1.3 \end{pmatrix}$

Существуют понятия **строки** матрицы, **столбца** матрицы.

Количество строк и столбцов матрицы наз. её **размерами**. Говорят, что матрица имеет размеры $m \times n$, если она имеет m строк и n столбцов. В зависимости от размеров, матрицы бывают квадратными, прямоугольными, матрица-строка, матрица-столбец, одно число можно представлять как матрицу размера 1×1 .

Обозначаются матрицы обычно большими буквами A, B, C и т.д. Числа, из которых составлена матрица, наз. её **элементами**.

Элементы матриц обозначаются малыми буквами, иногда с индексами, указывающими номер строки и номер столбца. Используются обозначения

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

или $A = \|a_{ij}\|$, $i = 1, \dots, m$; $j = 1, \dots, n$.

Матрицы возникают при решении различных задач. Например, при решении систем линейных уравнений. Предположим, что требуется решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 4; \\ x + y + z = 7; \\ 2x + 2y - 3z = 1. \end{cases}$$

Этой системе уравнений соответствуют сразу 4 матрицы:

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{- матрица коэффициентов системы.}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 7 \\ 2 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{- расширенная матрица системы.}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{- столбец неизвестных.}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{- столбец свободных членов.}$$

(В дальнейшем при рассмотрении систем линейных уравнений будем пользоваться этими терминами).

В зависимости от значений элементов, выделяют следующие матрицы:

$$1. \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \quad \text{- нулевая матрица (все элементы = 0)}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{- единичная матрица, квадратная матрица с единицами по главной диагонали, остальные элементы = 0. Обычно обозначается E.}$$

3. **Верхнетреугольная и нижнетреугольная** матрицы вида

$$\begin{pmatrix} * & * & \dots & * \\ 0 & * & \dots & * \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & * \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} * & 0 & \dots & 0 \\ * & * & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ * & * & \dots & * \end{pmatrix} \quad \text{- все элементы ниже или выше главной диагонали = 0, * - означает число, которой может быть } \neq 0 \text{ (хотя может быть и } = 0 \text{).}$$

4. Симметрические матрицы – квадратные матрицы, для которых элементы, симметричные относительно главной диагонали, равны, т.е. $a_{ij} = a_{ji}$ для всех номеров строк i и номеров столбцов j .

Для симметрической матрицы элементы строки и элементы столбца одни и те же и записаны в том же порядке, если совпадают номера строки и столбца.

Пример: $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & 6 & 1 \\ -2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ - симметрическая матрица.

Алгебраические операции над матрицами

Таковыми операциями считаются следующие 3 операции:

1. Сложение матриц
2. Умножение матрицы на число
3. Умножение матрицы на матрицу

Первые две операции настолько просты, что мы не будем

формулировать определений, а рассмотрим сразу примеры, из которых сразу будет ясно, как выполняются эти действия.

Примеры:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 9 & 7 & 12 \end{pmatrix} \quad \text{(размеры всех матриц должны быть одинаковы, складываются соответствующие элементы матриц)}$$

$$2. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 7 & -3 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 12 & 15 & 3 \\ 21 & -9 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 12 \\ 36 & 60 & 30 \\ 147 & -18 & 12 \end{pmatrix} \quad (\text{все элементы матрицы умножаются на данное число})$$

на данное число)

Отметим свойства этих операций, вытекающие из определения:

$$A + B = B + A$$

$$a \cdot (A + B) = a \cdot A + a \cdot B$$

$$(a + b) \cdot A = a \cdot A + b \cdot A$$

(Для любых матриц A, B и чисел a, b). (Заметим, что операция вычитания матриц получается как комбинация из этих двух, т.е. второе слагаемое умножается сначала на -1 и затем складывается с первым).

Теперь разберёмся с более сложной операцией – умножением матрицы на матрицу. Чтобы общее определение было более ясным и простым, сначала определим умножение матрицы-строки на матрицу-столбец того же размера. Итак, по определению:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n$$

$$\text{Например, } \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} = -1 \cdot 3 + 2 \cdot (-4) + 0 \cdot 0 = -11$$

Теперь рассмотрим общий случай. Пусть даны 2 матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nk} \end{pmatrix}$$

A – размера $m \times n$, B – размера $n \times k$. Тогда произведение этих матриц $C = A \cdot B$ имеет размер $m \times k$,

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mk} \end{pmatrix}, c_{ij} = \text{произведению } i\text{-ой строки матрицы } A \text{ на } j\text{-й столбец матрицы } B$$

(как умножать строку на столбец у нас уже определено, чтобы их длины совпадали, в определении указывается, что число столбцов первой матрицы равно числу строк второй).

Примеры

$$1. \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 0 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 \\ 2 \cdot 0 + 1 \cdot (-2) & 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 9 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 2 + 3 \cdot 6 & 0 \cdot 3 + 3 \cdot (-5) \\ -2 \cdot 2 + 1 \cdot 6 & -2 \cdot 3 + 1 \cdot (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -15 \\ 2 & -11 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = -7, \text{ и наоборот,}$$

$$4. \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -4 & -6 \end{pmatrix}$$

Свойства операции умножения матриц

1. $A \cdot B \neq B \cdot A$ в общем случае, это видно из примеров 3), 4).
2. $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$, $(B + C) \cdot A = B \cdot A + C \cdot A$ (доказывается несложно, опускаем)
3. $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ (доказательство можно провести непосредственно, установив, что размеры матриц в обеих частях равенства одинаковы, и что соответствующие элементы также одинаковы)

Сформулированное определение может показаться надуманным, искусственно созданной конструкцией. Чтобы этого не случилось, проясним «происхождение» этой операции и заодно станет очевидным и последнее свойство.

Предположим, что происходит переход от переменных (x, y) к переменным $(\bar{x}, \bar{y})$, и далее, от $(\bar{x}, \bar{y})$ к $(\overline{\bar{x}}, \overline{\bar{y}})$, по формулам

$$\begin{cases} \bar{x} = a_{11}x + a_{12}y \\ \bar{y} = a_{21}x + a_{22}y \end{cases}; \begin{cases} \overline{\bar{x}} = b_{11}\bar{x} + b_{12}\bar{y} \\ \overline{\bar{y}} = b_{21}\bar{x} + b_{22}\bar{y} \end{cases}$$

$$\text{т.е. } \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}x + a_{12}y \\ a_{21}x + a_{22}y \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11}x + b_{12}y \\ b_{21}x + b_{22}y \end{pmatrix}$$

Тогда переход от (x, y) к $\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}$ будет происходить по формулам

$$\begin{aligned} \bar{x} &= b_{11}(a_{11}x + a_{12}y) + b_{12}(a_{21}x + a_{22}y) = (b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21})x + (b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22})y \\ \bar{y} &= b_{21}(a_{11}x + a_{12}y) + b_{22}(a_{21}x + a_{22}y) = (b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21})x + (b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22})y \end{aligned}$$

И вот тут мы замечаем, что этот переход произошёл согласно определению произведения матриц, т.е.

$$\begin{pmatrix} b_{11}a_{11} + b_{12}a_{21} & b_{11}a_{12} + b_{12}a_{22} \\ b_{21}a_{11} + b_{22}a_{21} & b_{21}a_{12} + b_{22}a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{pmatrix}$$

Лекция 2.

Определение. Матрица B наз. транспонированной к A и обозначается $B = A^t$, если строки матрицы B являются столбцами матрицы A с теми же номерами (а столбцы B – строками A).

Пример: $\begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 4 & 5 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Для симметрической матрицы, по определению, $A^t = A$.

Лемма о транспонировании произведения матриц.

Для любых матриц A и B , для которых определено произведение $A \cdot B$, верно равенство $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$.

Доказ-во. Рассмотрим элемент c_{ij} в левой и правой частях равенства и обнаруживаем, что это одно и то же. Действительно, слева это произведение j – ой строки матрицы A на i – й столбец матрицы B , справа это произведение i – го столбца B на j – ю строку A (разумеется при умножении столбец расположен строкой, а строка столбцом).

Очевидно, лемма распространяется на любое число множителей и имеет место общее равенство $(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdots A_n)^t = A_n^t \cdots A_3^t \cdot A_2^t \cdot A_1^t$.

Определитель это некоторое число, которое вычисляется для данной квадратной матрицы. Для неквадратных матриц определитель не вычисляется (т.е. не существует). А теперь дадим определение определителя. Пусть дана квадратная матрица общего вида размера $n \times n$:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Определитель матрицы A обозначают как $\det(A)$ или $|A|$.

В учебной литературе используют два различных определения: индуктивное («разложением по первой строке») и классическое («через подстановки»). Дадим оба эти определения (разумеется, доказано, что они эквивалентны). Итак,

Определение 1 (индуктивное).

По предположению индукции считаем, что нам известно как находится определитель любой матрицы размера $(n-1) \times (n-1)$.

Основанием индукции считаем правило нахождения определителя матрицы размера 1×1 , т.е. состоящей из одного числа a . Это правило гласит $\det(a) = a$.

Определителем матрицы A наз. число, которое вычисляется по формуле $\det(A) = a_{11} \cdot M_{11} - a_{12} \cdot M_{12} + a_{13} \cdot M_{13} - \dots + (-1)^{n-1} \cdot a_{1n} \cdot M_{1n}$,

где M_{1i} – определитель матрицы, полученной из матрицы A вычёркиванием первой строки и i – го столбца.

В этой формуле записаны определители M_{1i} (**миноры**), размер которых равен $(n-1) \times (n-1)$. По предположению индукции нам известно, как они вычисляются.

Замечание. То, что в формуле используется первая строка, несущественно. Если записать такую же формулу для любой другой строки или любого столбца, то получится то же число, только в случае чётного номера строки или столбца с обратным знаком. Это всё доказано в теории определителей.

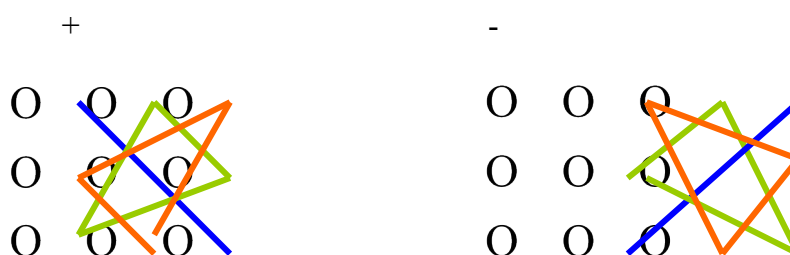
Теперь выведем конкретные выражения для определителей матриц размеров 2×2 и 3×3 .

$$\det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11} \cdot M_{11} - a_{12} \cdot M_{12} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\det \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \times M_{11} - a_{12} \times M_{12} + a_{13} \times M_{13} =$$

$$= a_{11} (a_{22} \times a_{33} - a_{23} \times a_{32}) - a_{12} (a_{21} \times a_{33} - a_{23} \times a_{31}) + a_{13} (a_{21} \times a_{32} - a_{22} \times a_{31})$$

Equation.3 После раскрытия скобок получается сумма 6 слагаемых, 3 из которых положительны и 3 отрицательны. Для запоминания используется “правило треугольников”:



Примеры:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times 4 + 3 \times 5 \times 3 + 4 \times (-2) \times (-2) - 4 \times 2 \times 3 - 3 \times 4 \times (-2) - 1 \times 5 \times 3 = 40$$

$$2. \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \times \begin{vmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -(-4+1) - (2-1) = 2$$

Определение 2 (через подстановки)

Вначале введём понятия: **подстановка, инверсия, чётность подстановки**.

Подстановкой порядка n наз. запись пары строк чисел вида

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ a_{\sigma(1)} & a_{\sigma(2)} & a_{\sigma(3)} & \dots & a_{\sigma(n)} \end{vmatrix}$$

где в нижней строке записаны те же числа, что и в верхней,

но переставлены местами. Например, перестановки порядка 4:

$$\begin{array}{cccc} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 1 & 4 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 1 & 3 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{cccc} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 2 & 3 & 4 \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & 2 & 1 & 3 \end{array} \text{ и т.д.}$$

Количество всех подстановок порядка n равно $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1$.

Пара чисел из подстановки (i, j) образует **инверсию**, если $i < j$, но $\alpha_i > \alpha_j$. Для каждой подстановки можно вычислить число всех возможных инверсий. Например, для первой подстановки из приведённого примера инверсии образуют пары $(1,2)$, $(1,4)$, $(3,4)$ – всего 3 инверсии. Число инверсий для данной подстановки может быть чётным и нечётным. Подстановки с чётным числом инверсий наз. **чётными**, с нечётным – **нечётными**.

Теперь даём классическое определение определителя:

$$\det(A) = \sum_{p \in S} \text{sgn}(p) a_{1p_1} a_{2p_2} \cdots a_{np_n}, \text{ где } S - \text{множество всех подстановок}$$

Equation.3

вида $\pi =$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \end{array}$$

$$\gamma(\pi) = \begin{cases} 1, & \text{если подстановка } p \text{ чётная} \\ -1, & \text{если подстановка } p \text{ нечётная} \end{cases}$$

Замечания. Классическое определение очень неудобно при вычислениях, так как требуется перебирать все подстановки и вычислять их чётность, но оно удобно при доказательствах свойств определителей. Напротив, индуктивное определение удобно при вычислениях, но неудобно при доказательствах. Так как мы не предполагаем проводить доказательств, то будем далее пользоваться индуктивным определением.

Свойства определителя

(Сформулируем свойства без доказательства. Доказательства хотя и несложны, требуют времени. Доказательства, опирающиеся на классическое определение, можно найти в учебнике «Ильин, Поздняк, Линейная алгебра».)

1. Если какая-либо строка (или столбец) матрицы состоит из одних нулей, то определитель равен нулю.
2. Если две строки (или два столбца) матрицы одинаковы, то определитель равен нулю.
3. Если какую-либо строку (или столбец) матрицы умножить на некоторое число, то и определитель умножится на это число (если всю матрицу умножить на число k , то определитель умножится на k^n , где n – число строк матрицы).
4. Если переставить местами две строки (или два столбца), то определитель изменит знак на противоположный.
5. Если к какой-либо строке (или столбцу) прибавить (или отнять) другую строку (или столбец), умноженную на некоторое число, то определитель не изменится.
6. $\det(A) = \det(A^t)$.

$$7. \det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B).$$

Это свойство можно проверить экспериментально:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, A \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 18 & 8 \end{pmatrix}, |A| = 14, |B| = -11,$$

$$|A \cdot B| = -64 - 90 = -154. \text{ Проверяем: } -154 = 14 \cdot (-11). \text{ Верно.}$$

8. Определитель можно раскладывать по любой строке (или столбцу) аналогично тому, как написано в формуле индуктивного определения

$$\det(A) = a_{i1} \cdot A_{i1} + a_{i2} \cdot A_{i2} + a_{i3} \cdot A_{i3} + \dots + a_{in} \cdot A_{in},$$

где $A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$, M_{ij} – определитель матрицы, полученной

из A вычёркиванием i -ой строки и j -го столбца.

Заметим для дальнейшего, что A_{ij} наз. **алгебраическими дополнениями** элементов a_{ij} , M_{ij} – **дополняющими минорами** элементов a_{ij} .

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, учения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении

задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

Вычислите определитель следующих матриц:

$$1) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 7 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 4 & -2 & 1 \\ 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$5) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 9 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 4 & -5 & 3 \\ 2 & -9 & -7 \end{pmatrix}$$

$$7) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -1 & -2 \\ -6 & 0 & -2 \\ -3 & -9 & -7 \end{pmatrix}$$

$$8) A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & -1 & 7 \\ -4 & 8 & -4 \\ -6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Инструкционная карта к практическому занятию №17

Тема: «Понятие Графа, типы графов, решение задач с использованием графов»

Цель занятия: Формирование знаний как решать задачи с графами.

Порядок выполнения работы:

1. Ознакомление с теоретическими сведениями: основные понятия, формулы, законы, схемы, графики, необходимые для понимания темы практической работы;
2. Порядок проведения: четкая пошаговая инструкция, включающая последовательность действий обучающегося, перечень необходимых расчетов и измерительных процедур, указания по оформлению отчета;
3. Отчет обучающегося о работе должен содержать:
Название и цель работы;
Результаты выполнения работы;
Подробные выводы о результатах выполнения работы

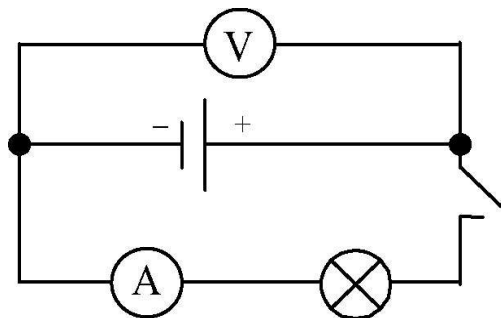
Теоретическая часть

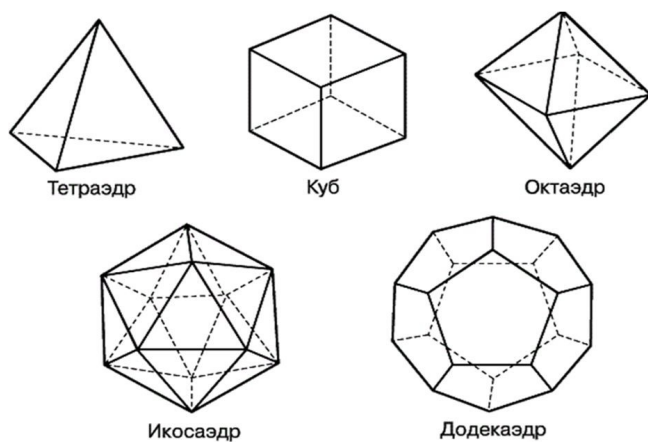
В математике «граф» можно изобразить в виде картинки, которая представляет собой некоторое количество точек, соединенных линиями. «Граф» происходит от латинского слова «графио» – пишу, как и известный дворянский титул.

Термин «граф» в математике определяется следующим образом:

Граф – это конечное множество точек – *вершин*, которые могут быть соединены линиями – *ребрами*.

В качестве примеров графов могут выступать чертежи многоугольников, схематичное изображение авиалиний, метро, дорог, электросхемы и иные подобные чертежи.

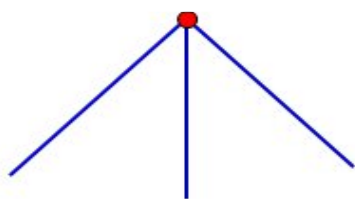




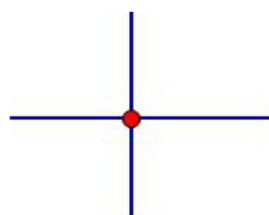
Чертежи многоугольников

Рис. 1 Примеры графов

Число ребер, которое принадлежит одной вершине, называется *степенью вершины графа*. Если степень вершины нечетное число, вершина называется – *нечетной*. Если степень вершины число четное, то и вершина называется *четной*.



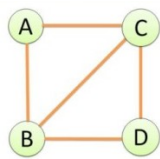
Нечетная степень



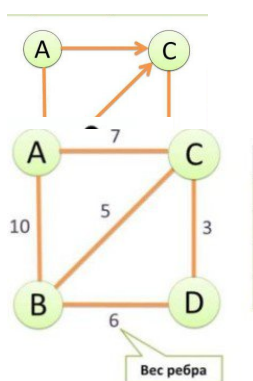
Четная степень

Рис. 2 Вершина графа

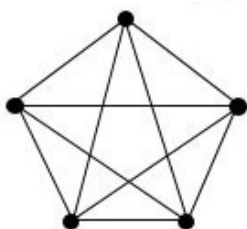
Графы бывают следующих видов:



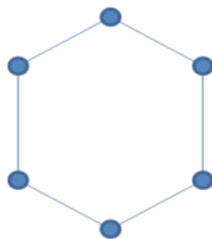
1. Неориентированный граф – это граф, в котором нет направления линий
2. Ориентированный граф (кратко орграф) – рёбрам которого присвоено направление.
3. Граф – дерево. Деревом называется всякий связный граф, не имеющий циклов
4. Взвешенный граф – дуги или ребра имеют вес



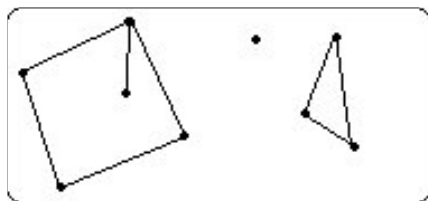
5. Полный плоский граф. Граф называется полным, если каждые две различные вершины его соединены одним и только одним ребром.



6. Связный граф. Две вершины A и B графа называются связными, если в графе существует путь с концами A и B. Граф называется связным, если каждые две вершины его связные.



7. Несвязный граф. Две вершины графа называются несвязными, если в графе не существует ни одного пути, связывающего их. Граф называется несвязным, если хотя бы две вершины его несвязные



Количество рёбер, выходящих из вершины графа, называется *степенью вершины*.

Вершина графа, имеющая *нечётную степень*, называется нечетной, а *чётную степень* – чётной.

1.1. Характеристики графов

Путь графа – это такая последовательность, в которой каждые два соседних ребра, имеющих одну общую вершину, встречаются только один раз.

Длина кратчайшей цепи из вершин a и b называется *расстоянием* между вершинами a и b .

Вершина a называется *центром* графа, если расстояние между вершиной a и любой другой вершиной является наименьшим и из возможных. Такое расстояние есть *радиус* графа.

Максимально возможное расстояние между двумя любыми вершинами графа называется *диаметром* графа.

Закономерность 1. Степени вершин полного графа одинаковы, и каждая из них на 1 меньше числа вершин этого графа.

Закономерность 2. Сумма степеней вершин графа число четное, равное удвоенному числу ребер графа. Эта закономерность справедлива не только для полного, но и для любого графа.

Закономерность 3. Невозможно начертить граф с нечетным числом нечетных вершин.

Закономерность 4. Если все вершины графа четные, то можно не отрывая карандаш от бумаги («одним росчерком»), проводя по каждому ребру только один раз, начертить этот граф. Движение можно начать с любой вершины и закончить его в той же вершине.

Закономерность 5. Граф, имеющий всего две нечетные вершины, можно начертить, не отрывая карандаш от бумаги, при этом движение нужно начать с одной из этих нечетных вершин и закончить во второй из них.

Закономерность 6. Граф, имеющий более двух нечетных вершин, невозможно начертить «одним росчерком». Фигура (граф), которую можно начертить не отрывая карандаш от бумаги, называется уникурсальной).

Таким образом, в первой главе мы собрали и обобщили основной теоретический материал о понятии "граф" в математике, представили самые распространенные и используемые виды графов и ознакомились с основными закономерностями теории графов.

Представленные понятия о свойствах и закономерностях графов помогут провести исследование на практике и сделать выводы о возможном применении теории графов школьниками. ГЛАВА II. ОПИСАНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ

Ознакомившись с начальными понятиями и теоремами теории графов, с ее простейшими математическими моделями, в соответствии с предметом исследования данного проекта были поставлены следующие задачи:

- научиться строить различные виды графов на примерах из жизни;
- научиться применять графы при решении олимпиадных задач и задач ОГЭ и ЕГЭ по математике и информатике;
- составить задачи, решение которых предусматривает применение теории графов;

- показать, области применения графов в различных науках.

Области практического применения графов

Существует огромное разнообразие вариантов применения графов.

Типичными графами на картах города являются схемы движения городского транспорта, изображения железных дорог, схемы авиалиний, которые часто вывешиваются в аэропортах. Графом является и система улиц города. Его вершины – площади и перекрестки, а ребра – улицы. Графы есть и на картах звездного неба. Не менее известным примером графа в гуманитарных науках является родовое дерево.

С помощью графов часто упрощается решение задач, сформулированных в различных областях знаний: в физике, химии, электронике.

Помогают графы в решении огромного количества математических и экономических задач.

Теория графов сегодня одна из наиболее развиваемых частей математики, так как современная жизнь требует максимально простых и доступных вариантов решения возникающих запросов. В связи с этим появляются новые профессии. Одна из них – специалист по логистике. Менеджер по логистике занимается организацией доставки товаров, грузов, планирует транспортные маршруты, и т.д. Одна из главных задач специалиста по логистике – анализ исходных данных, поэтому он должен уметь хорошо считать, владеть теорией графов. Другая профессия, в которой сталкиваются с графами – инженер, который готовит схемы электрических цепей. Современные биохимики, молекулярные химики, биотехнологи рисуют структурные формулы, чтобы показать, как в сложной молекуле с помощью валентных связей соединяются друг с другом атомы. Историки прослеживают родословные связи по генеалогическому дереву. Социологи по сложнейшей диаграмме демонстрируют, как подчиняются друг другу различные отделы одной огромной корпораций.

Таким образом, графы применяются в различных отраслях науки и в огромном множестве профессий. В последние десятилетия теория графов находит все новые области применения (физика, биохимия, генетика, биотехнология, психология, социология, экономика, лингвистика, электроника, теория планирования и управления). Именно запросы практики способствуют интенсивному развитию теории графов.

Применение теории графов при решении задач.

Систематическое овладение основными понятиями теории графов невозможно без практического применения знаний на примере решения задач. Решение задач – практическое искусство, научиться ему можно, только подражая хорошим образцам и постоянно практикуясь.

Графы широко применяются при решении математических логических и олимпиадных задач.

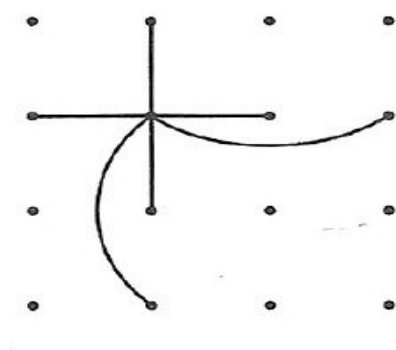
Главное понять, что граф – абстрактный математический объект. Следовательно интерпретировать его возможно по-разному, в зависимости от конкретной задачи.

Рассмотрим примеры задач, для которых наилучшим из возможных способов решения является граф.

Задача 1. Задачи, подобные данной, часто встречаются в олимпиадах по математике.

Существует ли компания из 16 человек, в которой каждый дружит ровно с 6 другими людьми из этой компании?

Решение. Нарисуем 16 точек так, как показано на рисунке. Эти точки изображают 16 человек данной компании. Возьмём произвольную точку и соединим её со всеми точками, находящимися с ней на одной горизонтали или вертикали. Получили 6 рёбер графа, которые соответствуют дружеским связям. Так можно поступить с каждой из 16 точек.



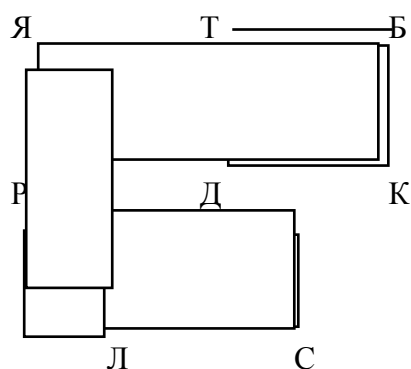
Ответ: Да, существует.

Задача 2. Задачи, подобные данной, часто встречаются во всероссийских проверочных работах и в работах по функциональной грамотности.

На пришкольном участке растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, яблоня выше клена, дуб ниже

березы, но выше сосны, сосна выше рябины, береза ниже тополя, а лиственница выше яблони. Расположите деревья от самого низкого к самому высокому.

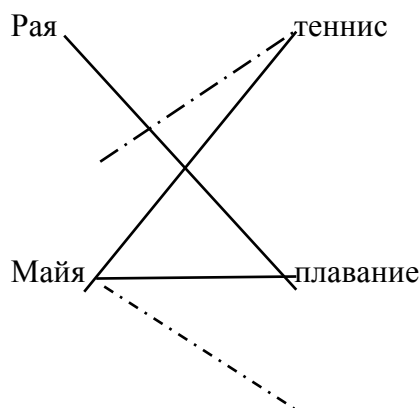
Решение: Вершины графа – это деревья, обозначены их первой буквой названия дерева. В данной задаче два отношения: «быть ниже» и «быть выше». Рассмотрим отношение «быть ниже» и проведем стрелки от более низкого дерева к более высокому. Если в задаче сказано, что рябина выше лиственницы, то стрелку ставим от лиственницы к рябине и т.д. Получаем граф, на котором видно, что самое низкое дерево – клен, затем идут яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.



Задача 3.

Три девочки – Рая, Майя и Галя – летом были в спортивном лагере. Каждая из них увлекается одним из видов спорта: теннисом, плаванием, волейболом. В первый же день Галя и волейболистка ходили любоваться водопадом. Майя старше теннисистки, а волейболистка ровесница одной из девочек. Каким видом спорта занимались каждая?

Решение: по условию задачи составим двудольный граф.



Галяволейбол

Ответ: Рая – волейболистка, Майя – пловчиха, Галя – теннисистка.

Рассмотрим пример, в котором графы применяются при решении задачи №11 ОГЭ и задачи №15 ЕГЭ по информатике.

Задача 4. На рисунке представлена схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К, Л. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Л?

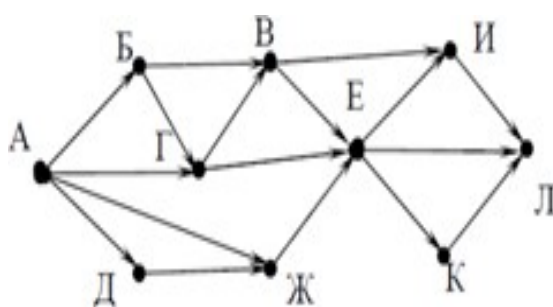
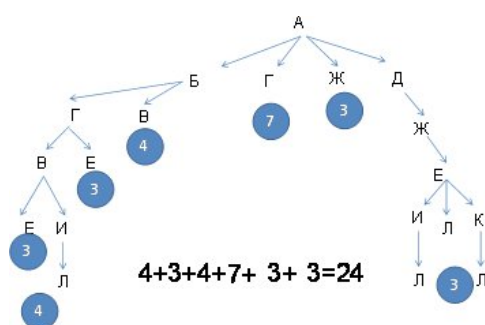


Рисунок «Схема дорог»



Граф к задаче 4.

Решение: Условие данного задания представим в виде ориентированного графа, вершинами которого являются названия городов, а дороги, соединяющие эти города, являются дугами графа. Для того, чтобы решить данную задачу, построим еще один ориентированный граф, но с учетом того, по каким дорогам можно будет попасть в пункт Л. По графу легко подсчитать количество дорог, ведущих из города А в город Л.

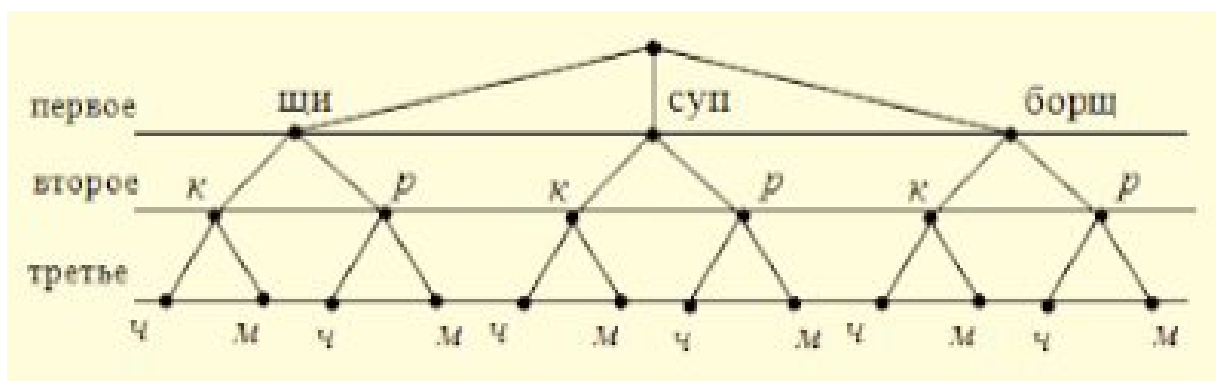
Задача 5. Начиная со 2 класса в олимпиадах по математике встречаются однотипные задачи.

В школьной столовой на первое можно заказать щи, суп и борщ, на второе – котлету и рыбу, а на третье – чай и морс.

Сколько различных обедов можно составить из указанных блюд?

При помощи графа можно быстро и наглядно увидеть все возможные варианты обеда.

Решение: по условию задачи составим граф-дерево



На рисунке наглядно видно, что получится 12 вариантов обедов.

Проанализировав выше предложенный практический материал по решению задач при помощи теории графов, можно составить алгоритм и выделить следующие этапы:

1. Анализ условия задачи и перевод ее на язык графов;

2. Геометрическая интерпретация условия, непосредственно построение графа. Именно на этом этапе очень важно воображение, логика и даже элемент творчества, потому что необходимо найти соответствия между элементами условия и переложить их на соответствующие элементы графа. Точками обозначают объекты задачи, то, о чем или о ком говорится в задаче (вершины графа). Если в задачах дается несколько групп объектов, то их будет целесообразнее изображать в разных плоскостях и различными цветами. Линиями (отрезками, дугами) обозначают те отношения между объектами, о которых говорится в задаче (рёбра графа). Отношения могут быть двух типов: принадлежит и не принадлежит. Если отношение «принадлежит», то линии сплошные, если отношение «не принадлежит» - пунктирные;
3. Внимательно читая условие задачи, выделяем основные, ключевые фразы задач и на основании их анализа проводим ребра между вершинами графа;
4. Если ключевых фраз не хватает нам для решения задачи, то необходимо проанализировать граф и провести недостающие ребра-отношения;
5. Выбираем нужные отношения (сплошные линии) и записываем ответ.

Тем самым, использование графов в качестве дополнительного визуального средства позволяет достаточно облегчить понимания задач.

«Графовые» задачи нужно широко использовать на уроках математики, алгебры, геометрии, информатики для повышения качества обучения. Таким образом, применяя теорию графов в школьном курсе математики, решение многих математических задач и доказательств упрощается, придает им наглядность и простоту

При апробации теории графов, автором работы был проведен эксперимент.

Для обучающихся 9-х классов (30 человек) был проведен урок, на котором был показан пример решения задачи №11 из ОГЭ по информатике вышеуказанными способами.

Во время последующей проверочной работы обучающимися были решены верно 96% подобных заданий с применением теории графов.

100% обучающихся подтвердили, что способ решения при помощи теории графов значительно облегчило нахождение верного ответа к подобным заданиям.

Рассмотрев способы решения некоторых математических задач с помощью графов, однозначно можно утверждать, что решение задач значительно упрощается, если обучающиеся будут использовать графы. Представление данных в виде графа придает задачам наглядность и простоту.

Критерии оценивания

Оценки «5» (отлично) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно - программного материала, умения свободно выполнять профессиональные задачи с всесторонним творческим подходом, обнаруживший познания с использованием основной и дополнительной литературы, рекомендованной программой, усвоивший взаимосвязь изучаемых и изученных дисциплин в их значении для приобретаемой специальности, проявивший творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала, проявивший высокий профессионализм, индивидуальность в решении поставленной перед собой задачи, проявивший неординарность при выполнении практических заданий.

Оценки «4» (хорошо) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении заданий полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий профессиональную задачу или проблемную ситуацию, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе, показавший систематический характер знаний, умений и навыков при выполнении теоретических и практических заданий по дисциплине «Математика».

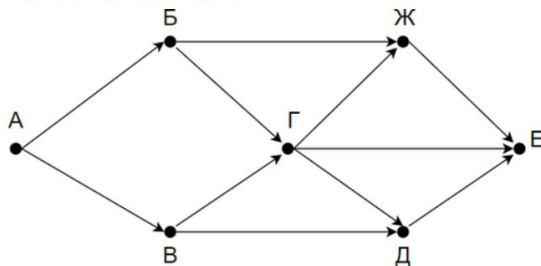
Оценки «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебной и профессиональной деятельности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, допустивший погрешности в ответе при защите и выполнении теоретических и практических заданий, но обладающий необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя, проявивший какую-то долю творчества и индивидуальность в решении поставленных задач.

Оценки «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, обнаруживший при выполнении практических и теоретических заданий проблемы в знаниях основного учебного материала, допустивший основные принципиальные ошибки в выполнении задания или ситуативной задачи, которую он желал бы решить или предложить варианты решения, который не проявил творческого подхода, индивидуальности.

Задания для практической работы

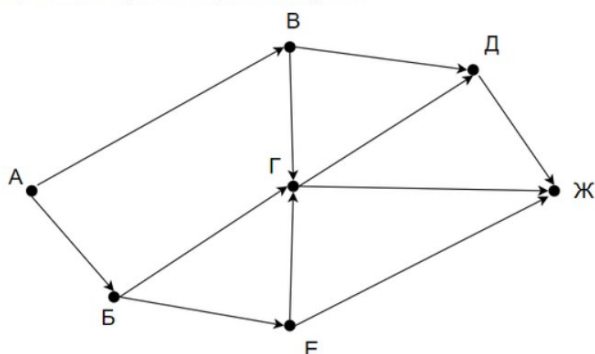
Задание 1

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Е?



Задание 2

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город Ж?



Задание 3

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице:

	А	В	С	Д	Е
А		2		1	
В	2		3	3	
С		3		3	2
Д	1	3	3		
Е			2		

Определите длину кратчайшего пути между пунктами А и Е. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

Задание 4

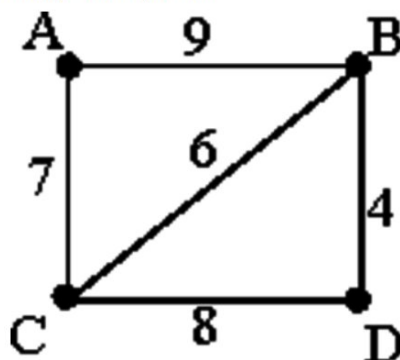
Геральт спешит выручить Цири из плена Кагыра. В таблице указана протяжённость дорог между пунктами, через которые он может пройти. Укажите длину самого короткого участка кратчайшего пути от Геральта до Цири (от точки И до точки М). Передвигаться можно только по дорогам, указанным в таблице:

	А	Б	В	Г	И	М
А			1		1	
Б			2		1	3
В	1	2				
Г					6	1
И	1	1		6		8
М		3		1	8	

Задание 5

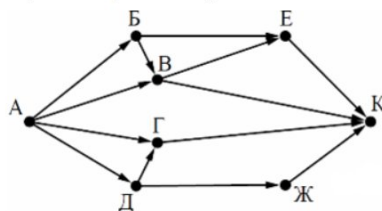
На схеме нарисованы дороги между четырьмя населёнными пунктами А, В, С, D и указаны протяжённости данных дорог.

Определите, какие два пункта наиболее удалены друг от друга (при условии, что передвигаться можно только по указанным на схеме дорогам). В ответе укажите кратчайшее расстояние между этими пунктами.



Задание 6

На рисунке — схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж и К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?



Задание 7

Между населёнными пунктами А, В, С, D, Е построены дороги, протяжённость которых (в километрах) приведена в таблице.

	А	В	С	D	Е
А		6		1	4
В	6		2	5	
С		2		2	
D	1	5	2		6
Е	4			6	

Определите длину кратчайшего пути между пунктами В и Е. Передвигаться можно только по дорогам, протяжённость которых указана в таблице.

ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Внимательно прочитайте задание.

Вы можете воспользоваться плакатами, схемами, моделями

Время выполнения задания – 80 минут

Билет №1

1. Комбинаторика. Формулы и алгоритм выбора формулы.
2. Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание:
НЕ $(X < 9)$ ИЛИ $(X < 5)$?
1) 12 2) 2 3) 9 4) 5
3. Найдите неопределенный интеграл функции () $\int f(x) = \int \sqrt[4]{x^3} dx$

Билет №2

1. Определенный и неопределенный интеграл. В чем отличия?
2. Дано: $h=8\text{м}$, $r=4\text{м}$. Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Конуса.
3. Дано: $A=1$, $B=0$, $C=1$. Определите истинно или ложно данное высказывание:
 $((A \sim B) \wedge B) \rightarrow \bar{C}$

Билет №3

1. Теория вероятностей. Классическое определение вероятности (формула).
2. Найдите производную следующей функции: $y = x^6 + \cos x$
3. Для какого из приведенных ниже значений числа M истинно следующее выражение? $\overline{(M > 10)} \wedge (M > 13)$
1) 1 2) 12 3) 3 4) 14

Билет №4

1. Формула Перестановки.
2. Дано: $\bar{A}=1$, $B=0$, $C=1$. Определите истинно или ложно данное высказывание:
 $((A \vee B \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B)) \rightarrow C$
3. Найдите неопределенный интеграл следующей функции () $\int f(x) = \int 3x^8 dx$

Билет №5

1. Формула Размещения.
2. Дано: $A=1$, $B=0$. Определите истинно или ложно данное высказывание:
 $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B)$
3. Найдите неопределенный интеграл следующей функции () $\int f(x) = \int (x^5 + x^4 + 5x) dx$

Билет №6

1. Формула Сочетания.
2. Дано: $A=1$, $B=0$. Определите истинно или ложно данное высказывание.
 $(A \wedge B) \vee B$

3. Найдите неопределенный интеграл следующей функции () $\int f(\sqrt{x}) = \int \sqrt{x} dx$

Билет №7

1. Определение Матрицы
2. Для какого из приведенных названий животных истинно выражение НЕ (первая буква гласная) И НЕ (последняя буква согласная)?
1) Слон 2) Опоссум 3) Антилопа 4) Собака
3. Найдите определенный интеграл следующей функции () $f(x) = \int_0^1 x dx$
- 4.

Билет №8

1. Формула Сочетания и Размещения. В чем отличия?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $f(x) = \int_0^3 x^4 dx$
3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Билет №9

1. Перестановки и Размещения. В чем отличия?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $\int f(\sqrt{x}) = \int_0^1 \sqrt{x^7} dx$
3. Сколько перестановок можно составить из букв слова «линейка»?

Билет №10

1. Перестановки и Сочетания. В чем отличия?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $f(x) = \int_1^3 (x^3 + x^5) dx$
3. Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

Билет №11

1. Правила нахождения производных.
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $f(x) = \int_2^6 (8x^5 - 4x^2) dx$
3. В некоторой газете 12 страниц. Необходимо на страницах этой газеты поместить четыре фотографии. Сколькими способами можно это сделать, если ни одна страница газеты не должна содержать более одной фотографии?

Билет №12

1. Свойства неопределенного интеграла.
2. Дано: $h=8$ м, $r=4$ м. Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Цилиндра.
3. Для участия в команде тренер отбирает 7 мальчиков из 10. Сколькими способами он может сформировать команду, если 3 мальчика уже выбраны в команду?

Билет №13

1. Какая функция называется первообразной?
2. Дано: $h=12$ см, $r=5$ м, $R=9$ см. Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Усеченного конуса.
3. В высшей лиге чемпионата страны по футболу 12 команд. Борьба идет за золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами медали могут быть распределены между командами?

Билет №14

1. Логическое отрицание это? Таблица истинности операции отрицания.
2. Дано: $R=6$ м. Вычислите S и V Сферы.

3. Найдите неопределенный интеграл следующей функции $() f(x) = \int (x^9 + \cos x) dx$

Билет №15

1. Конъюнкция это? Таблица истинности операции конъюнкции.
2. Дано: $a=4$ см .Вычислите S и V Куба.
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №16

1. Дизъюнкция это? Таблица истинности операции дизъюнкции.
2. Дано: $a=10$ см, $b=4$ см, $c=5$ см .Вычислите S и V Параллелепипеда.
3. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, из них 10 девочек и 5 мальчиков. Девочки против мальчиков не играют! Каждый играет против друг друга только один раз. Сколькими способами может быть сыграно партий девочками на этом турнире?

Билет №17

1. Комбинаторика. Формулы и алгоритм выбора формулы.
2. Сколькими способами можно разместить 12 лиц за столом, на котором поставлено 12 приборов?
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №18

1. Определенный и неопределенный интеграл. В чем отличия?
2. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$
3. Необходимо выбрать в подарок 4 из 10 имеющихся различных книг. Сколькими способами можно это сделать?

Билет №19

1. Теория вероятностей. Классическое определение вероятности (формула).
2. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 5 & 7 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \end{pmatrix}$
3. Определите истинно или ложно данное высказывание: $(A \wedge B) \vee B$

Билет №20

1. Формула Перестановки.
2. Найдите неопределенный интеграл следующей функции $() f(x) = \int (2e^x + 6\sin x) dx$
3. Дано: $h=8$ м, $r=4$ м.Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Цилиндра.

Билет №21

1. Формула Размещения.
2. Найдите неопределенный интеграл функции () $\int f(x) = \int \sqrt[4]{x^3} dx$
3. Дано: $h=8\text{м}$, $r=4\text{м}$. Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Конуса.

Билет №22

1. Формула Сочетания.
2. Для какого из приведённых значений числа X ложно высказывание:
НЕ ($X < 9$) ИЛИ ($X < 5$)?
1) 12 2) 2 3) 9 4) 5

3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №23

1. Формула Ньютона-Лейбница.
2. Найдите производную следующей функции $y = x^2 - x^5$
3. Для какого из приведенных названий животных истинно выражение
НЕ (первая буква гласная) И НЕ (последняя буква согласная)?
1) Слон 2) Опоссум 3) Антилопа 4) Собака

Билет №24

1. Формула Сочетания и Размещения. В чем отличия?
2. Найдите производную следующей функции $y = x^9 \sin x$
3. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?

Билет №25

1. Перестановки и Размещения. В чем отличия?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $\int_1^3 (x^3 + x^5) dx$
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №26

1. Перестановки и Сочетания. В чем отличия?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $\int_2^6 (8x^5 - 4x^2) dx$
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №27

1. Правила нахождения производных.
2. В высшей лиге чемпионата страны по футболу 12 команд. Борьба идет за золотые, серебряные и бронзовые медали. Сколькими способами медали могут быть распределены между командами?

3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №28

1. Свойства неопределенного интеграла.
2. Дано: $a=4$ см .Вычислите S и V Куба.
3. Дано: $A=1$, $B=0$. Определите истинно или ложно данное высказывание:
 $(A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge B)$

Билет №29

1. Какая функция называется первообразной?
2. Найдите определенный интеграл следующей функции () $f(x) = \int_0^3 x^4 dx$
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Билет №30

1. Конъюнкция это? Таблица истинности операции конъюнкции.
2. Дано: $h=8$ м, $r=4$ м.Вычислите S , V , $S_{\text{осн}}$, $S_{\text{бок}}$ Конуса.
3. Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Лист регистрации изменений и дополнений ФОС
по дисциплине Техническая механика
Дополнения и изменения к комплекту ФОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту ФОС на _____ учебный год по дисциплине Техническая механика. В комплект ФОС внесены следующие изменения:

Дополнения и изменения в комплекте ФОС обсуждены на заседании комиссии профессионального цикла специальности Техническая эксплуатация подъемно – транспортных, строительных, дорожных машин и оборудования

« _____ » _____ 20 _____ г.

Протокол № _____

Председатель _____ / _____ /